

國立成功大學  
機械工程學系  
碩士論文

新型橡膠軸承一維定位平台之分析、設計、控制

Analysis, Design, and Control of a Novel Elastomeric Bearing

Positioning Stage

研究生：鄧諺舉 (Yen-Chu Teng)

指導教授：陳國聲 (Kuo-Shen Chen)

中華民國一百零四年六月

國立成功大學

碩士論文

新型橡膠軸承一維定位平台之分析、設計、控制  
Analysis, Design, and Control of a Novel  
Elastomeric Bearing Positioning Stage

研究生：鄧諺舉

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

廖子乙

劉登輝

陳國聲

劉永田

指導教授：陳國聲

系(所)主管：

吳銘義

中華民國 104 年 6 月 22 日

## 摘要

精密定位在精密機械領域中扮演重要角色，精密定位平台在自動化機台中能夠提供抑振和精密定位提升機台性能，過去許多研究以撓性機構設計精密定位平台搭配閉迴路控制系統達到精密定位性能，撓性平台剛性來自於撓性平板和絞鍊結構的尺寸設計導致平台體積龐大，為改善撓性機構的此問題，過去有學者引入橡膠軸承於精密機械設計，以橡膠軸承取代撓性機構設計精密定位平台，能夠有效降低平台體積且同時兼具高速高定位精度之性能，但無法有效建立含有橡膠黏彈特性之模型，鑒於此問題，本論文設計一音圈馬達驅動橡膠軸承定位平台，以此為基礎建立一套能夠針對橡膠軸承黏彈特性的建模方法，以實驗觀察黏彈特性並以黏彈模型描述此現象進行建模，以此更符合真實狀況的平台模型設計控制系統，PID 和積分式滑動模態控制器 (ISMC) 在本文中被採用控制此非線性時變系統，以控制器之強健性壓制平台剛性變化，步階響應、弦波軌跡追蹤和負載實驗了解系統性能，在 PID 和 ISMC 分別能達到頻寬 27Hz 和 350Hz，定位精度 13 nm 和 203 nm。從結果觀察，本研究設計並實現一橡膠軸承精密定位平台，以此為基礎建立一套以黏彈特性建立橡膠軸承平台模型之方法，並以此模型建立相對應控制器設計方法，驗證橡膠軸承平台可以以較小體積達到與撓性平台相當之精密定位性能。

**關鍵字：**橡膠軸承、黏彈力學、精密定位平台、ISMC、FPGA。

# Abstract

As products are required with higher precision, vibration control becomes more important for precision machining and inspection. A stage with both fast positioning and relative vibration eliminated can improve product quality. Elastomeric bearings are widely used in the seismic engineering and precision machining fields. By utilizing their stiffness anisotropy, miniaturized bearings can be made of rubbers and have the same function as much larger compliant mechanism-based designs. This provides possible advantages in precision positioning. In this paper, for modeling the system dynamics of the stage, the mechanical properties of elastomeric bearings are determined through essential material tests of the load cells in this system. The results show that the bearing stiffness is both frequency- and time-dependent. A single-degree-of-freedom precision stage containing four elastomeric bearings is then designed and realized. The stiffness of the elastomeric bearings is modeled as a generalized Maxwell model by system dynamics testing of controller design. A closed-loop control system comprising an AVM40-20 voice coil motor, an ASP-10-CTR capacitance probe, and an Integral Sliding Mode controller is proposed for the precision stage. Signal processing for the entire system is performed under an NI cRIO-9014 LabVIEW FPGA real-time controller. In comparison with a previous compliant mechanism-based design, the stage volume is reduced from 130×40×15 mm to 30×33×33 mm, the positioning stroke is increased from 101 μm to 139 μm, and the bandwidth is increased from 29 Hz to 350 Hz.

**KEYWORDS:** elastomeric bearings, generalized Maxwell model, positioning stage, controller design

# Extend Abstract

## Analysis, Design, and Control of a Novel Elastomeric Bearing Positioning Stage

Yen-Chu Teng  
Kuo-Shen Chen  
Department of Mechanical Engineering  
National Cheng Kung University

### INTRODUCTION

As requirements of product accuracy become more serious, vibration control in precision machining and inspections become more important. In order to achieve vibration suppression and isolation, adequate feedback controls also need to be implemented. Precision positioning stages that provide high-speed positioning and control capabilities are a method to solve the above-mentioned vibration problems for improving machine performance and product qualities.

Traditionally, compliant stages actuated by piezoelectric (PZT) actuators are typical designs for achieving vibration control. For example, Chang and Du designed a micropositioning stage with a stroke of 100  $\mu\text{m}$  and a resolution of 0.04  $\mu\text{m}$ . Wang and Lee [4] developed a single-degree-of-freedom PZT compliant positioning stage for automatic optical inspection (AOI) applications. It can provide a maximum stroke of 101  $\mu\text{m}$  with a 53.8-nm steady state error and a bandwidth of 29 Hz. Wang and Lee [4] further extended Wang's design to form a stacked two-degree-of-freedom PZT compliant positioning stage.

Compliant mechanisms usually have complicated shapes and large volumes for specific mechanical designs. When the design purpose is changed, the compliant mechanism must be redesigned. However, its large volume may impose limits on the design. Elastomeric bearings, which are flexible with regard to stiffness design, are another good choice for mechanical design.

Previously, Cuff developed a single-degree-of-freedom electromagnetic nanopositioner with elastomeric bearings that provides a 100- $\mu\text{m}$  stroke and 580-Hz bandwidth. Kluk developed an advanced fast steering mirror for optical communication with elastomeric bearings that provides 3.5-mrad angular motion and 10-kHz bandwidth.

These are typical examples of elastomeric bearings in precision stage control.

However, elastomers are viscoelastic materials, which mean that their stiffness is time- and frequency-dependent. Without adequate system modeling, an elastomeric-bearing stage may not be adequately controlled. In previous works [5, 6], researchers used linear elastic models for modeling the mechanical behavior of elastomers. On the contrary, elastomeric bearings are modeled as viscoelastic materials in this work and associated controllers are designed. By this approach, it is expected that the advantages and superiority of elastomeric bearing stages can be fully realized.

## Approach

The research flow of this work is shown in Fig. 1. The first issue is to perform mechanical analysis and design of the stage body, followed by basic dynamic testing for obtaining the system model. With proper integration of the sensor and actuator, the controller design is then investigated for evaluating the performance and quality of the design.

In this paper, instead of using compliant structures, elastomeric bearings are used to provide stiffness and control the dynamic behavior of the proposed precision positioning stage. An elastomeric material, silicone, is chosen for the elastomeric bearings. First, the shape and size of the bearings are designed by considering the stiffness and natural frequencies of the stage. A viscoelastic model is applied to model the stiffness of the elastomeric bearings. Then, several system dynamics experiments are performed to find the parameters of the viscoelastic model.

The main purpose of the stage is single-degree-of-freedom precision positioning with a motion stroke of 100  $\mu\text{m}$ . The system, shown schematically in Fig. 2, contains an AVM40-20 voice coil motor for actuation, an ASP-10-CTR capacitive probe, an aluminum block with four elastomeric pads as rubber bearings, and a LabVIEW FPGA controller for controlling the motion. The voice coil motor actuates the stage and the capacitive probe for sensing the movement. The design exploits the deformation of the elastomeric bearing to provide essential structural stiffness and the overall performance is a compromise between desired specifications, static and dynamic responses, and controllability considerations. The ASP-10-CTR capacitive probe has a measurement range of 254  $\mu\text{m}$ , a resolution of 10 nm, and a bandwidth of 1 kHz, and is extremely suitable for this design. Meanwhile, for

investigating the mechanical properties and for pre-load adjustment of the elastomeric bearings, one LM-10 and two S-100 load cells are also mounted on the experiment structure for observing the loading on the elastomeric bearings and the force transmitted from the voice coil motor. The entire control flow is shown in Fig. 3.

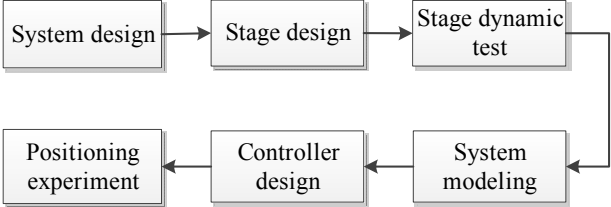


Fig. 1. Research flow for realizing the entire system.

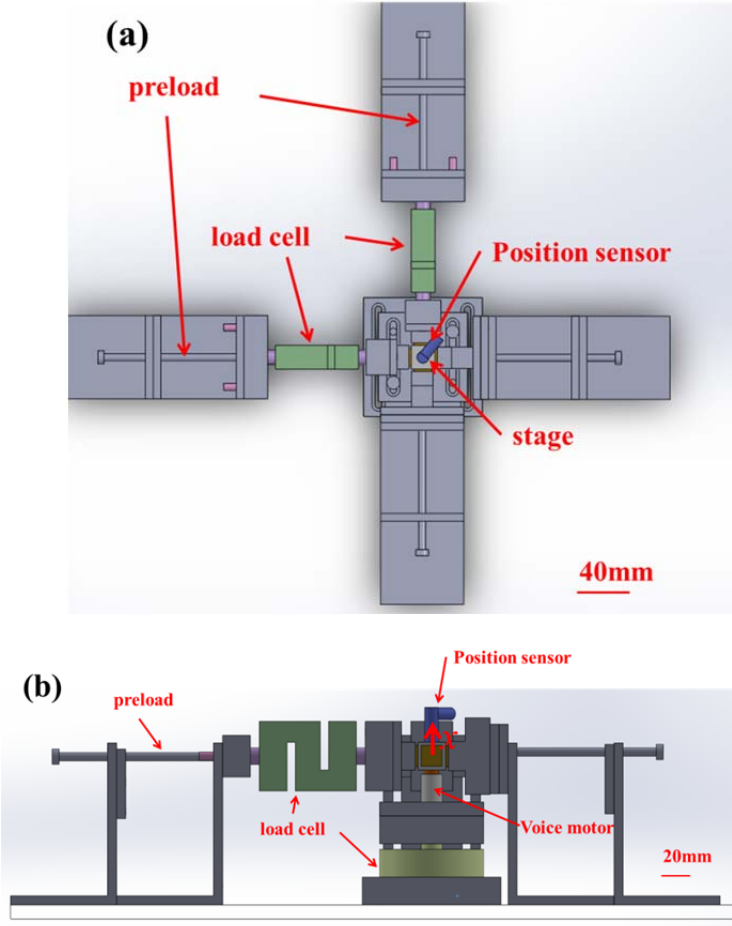


Fig. 2. Schematic plot of the entire setup.

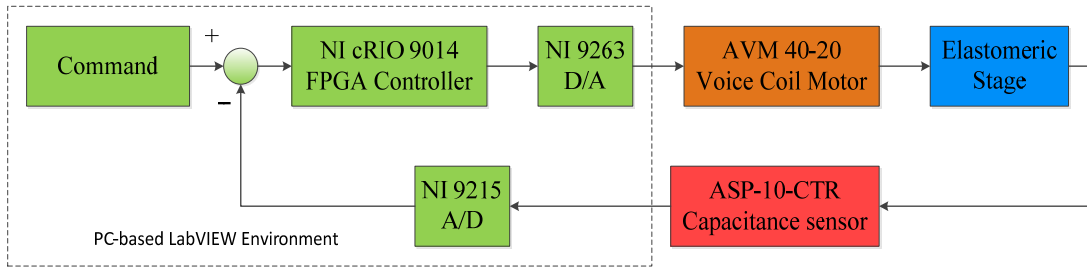


Fig. 3. Block diagram for controlling the system.

## Stage Design and Realization

As shown schematically in Fig. 4, the stage mainly included an aluminum block and four silicone elastomeric bearings attached to it. The stiffness in the positioning (z-axis) direction,  $k_z$ , can be expressed as the combined shear stiffness (i.e.,  $k_s$ , shown below) of all four bearings. On the other hand, the stiffness of the other two axes (x- and y-axes),  $k_x$  and  $k_y$ , can be modelled as the combined stiffness (i.e.,  $k_c$ , shown below) of two  $k_s$  and two  $k_c$  stiffnesses of individual bearings. In terms of linear elasticity,  $k_z$  is proportional to the stage stroke and the natural frequency of the stage strongly depends on  $k_z$ . On the other hand, since the design has a single degree of freedom,  $k_x$  and  $k_y$  should be much larger than  $k_z$ . In this work, a ratio of 10 is used for structural design. The compression modulus,  $E_c$ , of the elastomeric bearings is strongly related to their shape factor  $S$  and one can modify their geometry to adjust  $k_c$ . On the other hand, the shear module is  $1/3$  of the Young's modulus  $E_0$ . In this work, by evaluating all these issues, the dimensions of the bearing and stage are finally designed to be four  $15 \times 15 \times 1.5$ -mm (silicone) elastomeric bearings and a  $30 \times 30 \times 30$ -mm aluminum stage, respectively. The experiment system is realized as shown in Fig. 5.

The stiffnesses  $k_x$ ,  $k_y$ , and  $k_z$  of the x-, y-, and z-axes are 4.10, 4.10, and 0.36 N/ $\mu\text{m}$ , respectively. The natural frequencies of the x, y, and z-axes are 864, 864, and 256 Hz. The maximum output force of the voice coil motor is 27 N and the corresponding maximum stroke is 150  $\mu\text{m}$ .



## Dynamic Testing and Modeling of the Stage

### Stage Model

The stage is modeled as a single-degree-of-freedom vibration system, shown in Fig. 6(a), with a mass  $M$ , a damper with damping coefficient  $C$ , and a time- and frequency-varying spring  $K(s)$ , which is mainly caused by the viscoelastic effect of the elastomeric materials and is modelled by using a generalized Maxwell model [8] with two dampers,  $c_1$  and  $c_2$ , and three linear springs,  $k_1$ ,  $k_2$ , and  $k_3$ , shown schematically in Fig. 6(b). By force equilibrium, it can be shown that the transfer function,  $K(s)$ .

The mass  $M$  in the model is taken as the mass of the aluminum stage and the coil of the voice coil motor, 139 g, since the mass of the four elastomeric bearings is negligible in comparison with that of the stage. The damping coefficient  $C$  is hard to obtain analytically and is experimentally determined by examining the open-loop step response. All model parameters are listed in Table I. The entire stage transfer function can thus be expressed as:

$$G_s(s) = \frac{X}{F} = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K(s)}$$

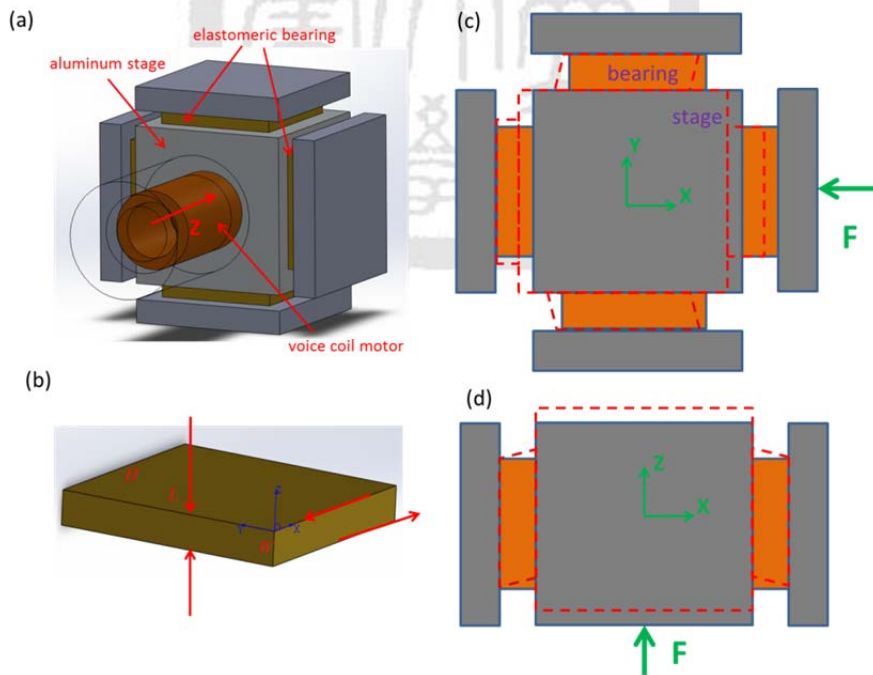


Fig. 4. (a) Schematic plot of the stage. (b) Dimensions and coordinates of the elastomeric bearings. Schematic plots indicating (c) in-plane and (d) out-of-plane motion.

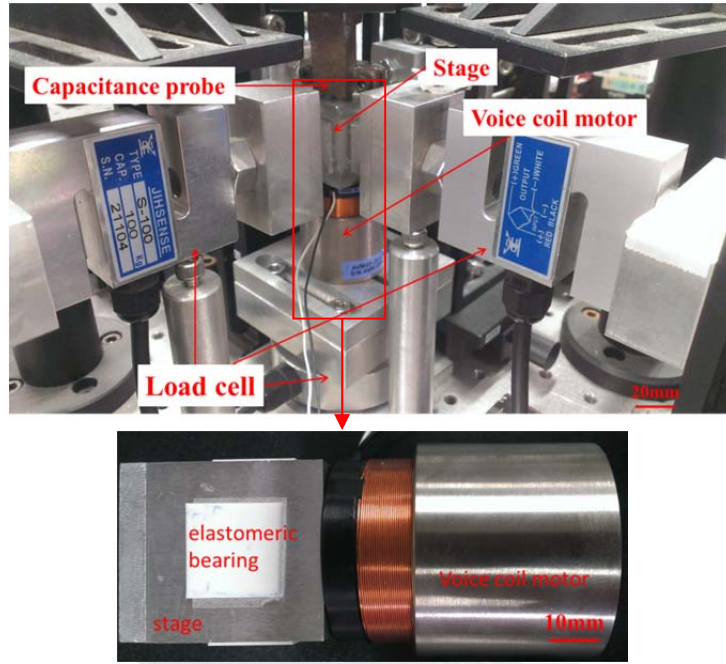


Fig. 5. Experiment system setup.

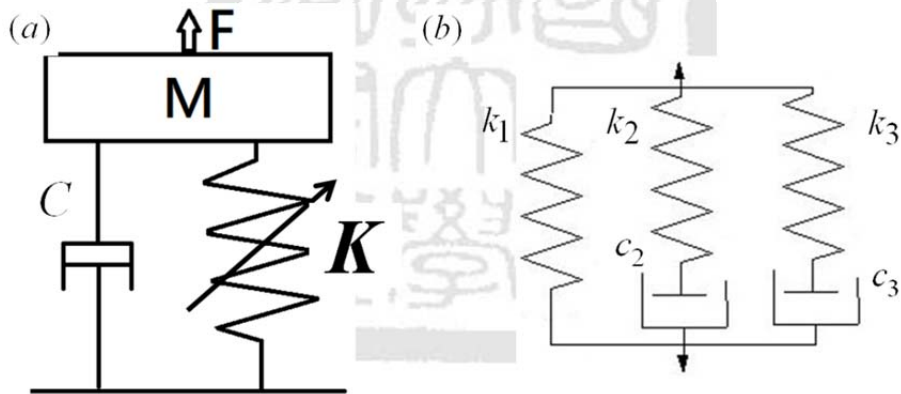


Fig. 6. (a) Stage model. (b) Viscoelastic model of stage stiffness.

### Stress Relaxation Experiment

Using a stress relaxation test, the time history of the stiffness under a given initial fixed displacement can be obtained and is shown in Fig. 7. By using a Prony series approach, the stiffness can be fitted in the following form:

$$K(t) = k_1 + k_2 e^{-k_2 t / c_2} + k_3 e^{-k_3 t / c_3}$$

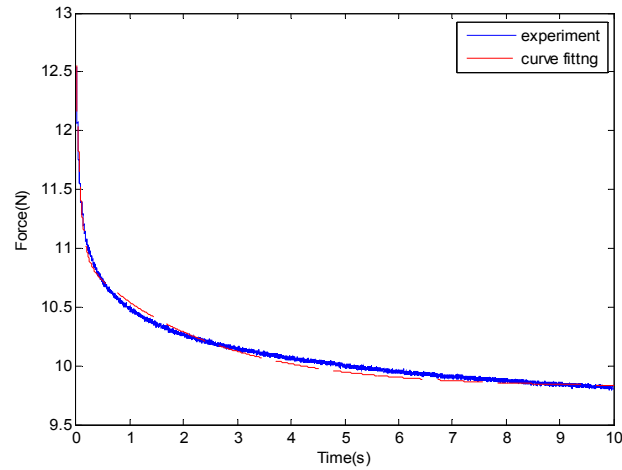


Fig. 7. Stress relaxation experiment results.

The parameters in Eq. (3) and shown in Table I can be obtained once the curve fitting of Eq. (5) is determined.

### Damping Coefficient Experiment

A comparison of the simulation and the experimental results of the open-loop step response of the stage is shown in Fig 8. The damping coefficient  $C$  that can be obtained is about 800 and the damping ratio is 1.5. Obviously, the elastomeric bearing stage is an overdamped system.

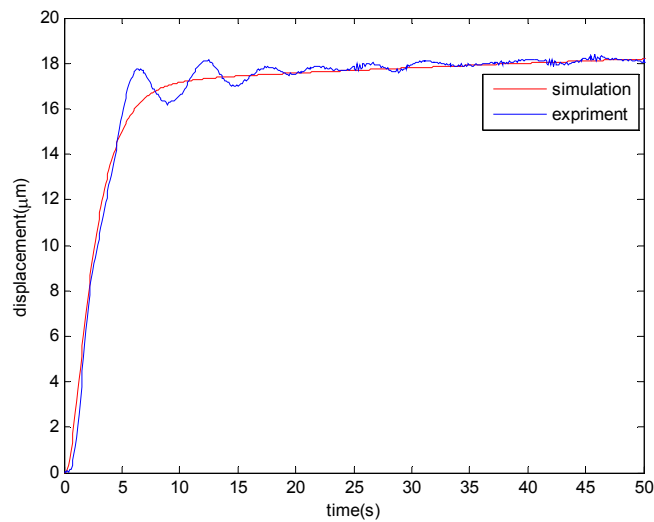


Fig. 8. Open-loop step response.

Table I. Fundamental design parameters of the system.

C	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$c_2$	$c_3$
800	$3.86 \times 10^5$	$6.3 \times 10^4$	$4.4 \times 10^4$	504	101,200

## Controller Design

The actuator contains a power amplifier and a voice coil motor. Using system dynamics, the power amplifier and the voice coil motor can be modeled as a first-order system. On the other hand, the elastomeric bearing stage is a fourth-order system. Therefore, the entire plant is a fifth-order system. However, this full model is too complicated; thus, the model is simplified to be a third-order model with a first-order actuator model and a second-order stage model, which is a normal vibration model with a constant stiffness, as a reference model for controller design.

### PID Controller

A traditional PID controller is designed under a 10-kHz loop rate in this paper for initial evaluation of system performance and as a basis for comparing the effectiveness of using more advanced controllers. The transfer function of the PID controller may be expressed as [9]:

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{T_i}{s} + T_d s \right)$$

where  $K_p$ ,  $T_i$ , and  $T_d$  are the gains for proportional, integration, and derivative gains, respectively.

### Integral Sliding Mode controller

Sliding Mode Control (SMC) is a nonlinear control design and has a robust control effect on the system parameter uncertainty. Integral Sliding Mode Control (ISMC) is based on SMC, where an error integral term is added to the sliding function  $s(x)$ , to increase the convergence of errors. When the system state is on the sliding surface,  $\dot{s} = 0$  is applied to derive the controlled input, as in Eqs. (8) and (9). The switching input  $u_n$  is designed to have a compensation term  $\Delta f$  included to represent the parameter uncertainty. The time- and frequency-varying stiffness is regarded as the parameter uncertainty of the stage. The design of the stiffness uncertainty  $\Delta k$  is based on the stress relaxation experiment.

$$s(x, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} (x(t) - x_d(t)) + \beta \int_0^t (x(t) - x_d(t))$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(x, t) &= \ddot{\tilde{x}} + \lambda \dot{\tilde{x}} + \beta \tilde{x} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} + \beta \tilde{x} \\ &= f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} + \beta \tilde{x} \end{aligned}$$

$$u = u_{eq} + u_n$$

$$u_{eq} = -f + \ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}} - \beta \tilde{x}$$

$$u_n = -(|\Delta f| + \eta) \text{sat}(s, \phi),$$

where:

$$\Delta f = \frac{\Delta k}{M} \tilde{x}.$$

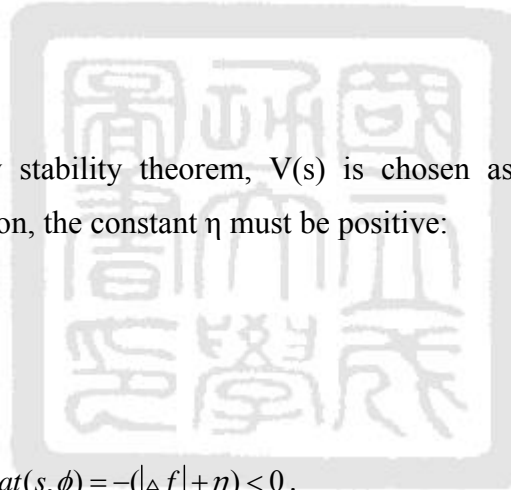
Based on the Lyapunov stability theorem,  $V(s)$  is chosen as the Lyapunov function.

According to the derivation, the constant  $\eta$  must be positive:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2$$

$$\dot{V}(s) < 0 \rightarrow \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s \dot{s}$$

$$= s(-|\Delta f| + \eta) \text{sat}(s, \phi) = -(|\Delta f| + \eta) < 0.$$



## Experiment

### Step Response

Typical control results are shown in Fig. 9 for a 25.4- $\mu\text{m}$  step command. It can be seen that the open-loop response, although it rises fast initially, cannot reach the destination in a reasonable time. Notice that it finally reaches the destination after 10 seconds by creeping due to the time-dependent stiffness. On the other hand, the feedback control response shows a significant improvement. The PID controller with a gain set of  $K_p = 15$ ,  $T_i = 0.0033$ , and  $T_d = 0.00093$  achieves a rise time and a settling time of 9 ms and 20 ms, respectively. The ISMC controller with a parameter set of  $\beta = 12000$ ,  $\phi = 0.0305$ ,  $\lambda =$

12,000, and  $\eta = 30$  achieves a rise time and a settling time of 6 ms and 29 ms, respectively.

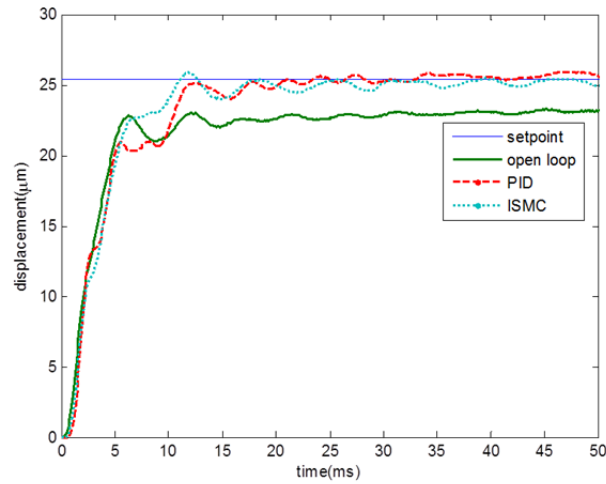


Fig. 9. Step responses of the system.

### Sinusoidal motion tracking

The sinusoidal tests are performed and a typical response with 10-Hz actuation is shown in Fig. 10. It can be seen that the system response is also significantly improved under PID and ISMC control. Finally, with systematic sinusoidal tests, the Bode plot can be obtained and is shown in Fig. 11. The bandwidths of the closed-loop system are approximately 27 Hz and 350 Hz under PID and ISMC controls, respectively.

(a)

(b)

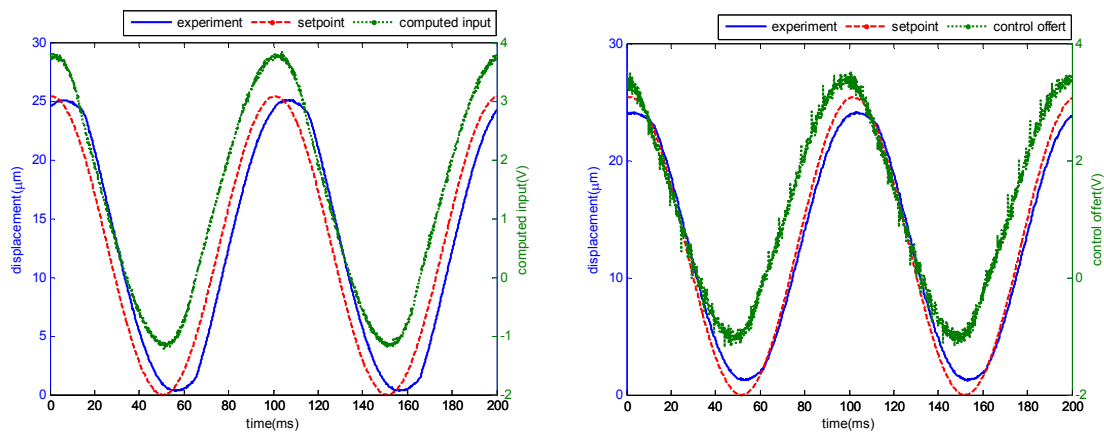
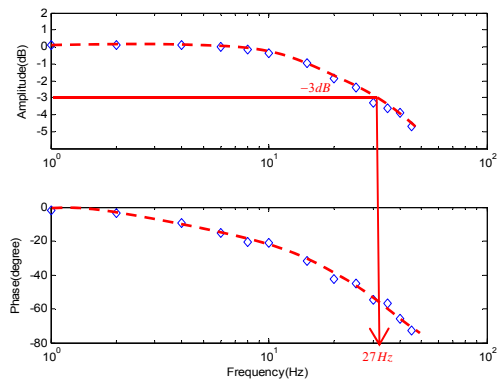


Fig. 10. System sinusoidal responses with 10-Hz input under (a) PID and (b) ISMC controls

(a)



(b)

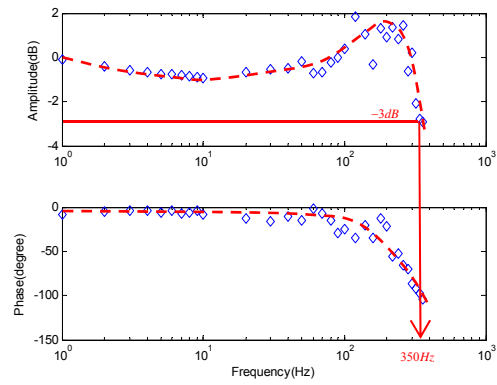


Fig. 11. Bode plots of the closed-loop system under

(a) PID and (b) ISMC controls.

### Robustness test

To understand the system robustness, a step response experiment with different loadings is performed. The results in Fig. 12 show there is no obvious change in the system response under different loadings. Therefore, this shows that the system is sufficiently robust to changes in the mass.

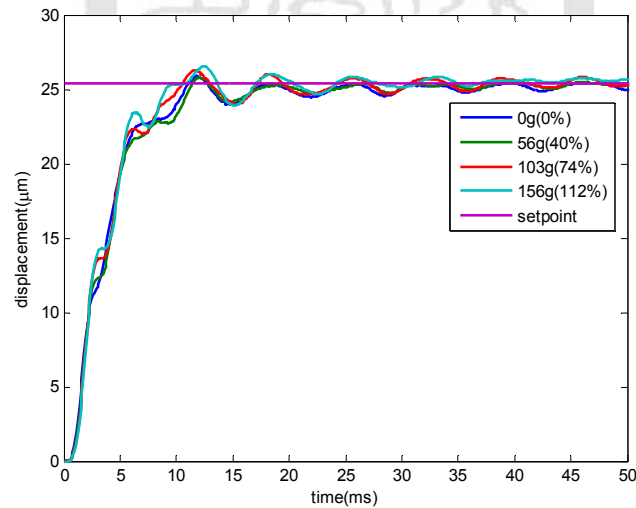


Fig. 12. Step response with different loadings.

## Conclusion

In this paper, the design, analysis, and control of an elastomeric-bearing precision positioning stage is presented for possible application in positioning and vibration control for measurement and inspection applications. The system contains an elastomeric bearing stage and is actuated by a voice coil motor. A capacitance probe is used for measuring the motion and providing feedback. Finally, a FPGA-based digital controller was designed for performing the motion control.

Due to their viscoelastic nature, the elastomeric bearings were modeled as a generalized Maxwell fluid using the relaxation test data and the entire stage was modeled as a single-degree-of-freedom system with time- and frequency-varying stiffness. Meanwhile, the actuator was modeled as a first-order system based on results from associated dynamic tests. The PID and ISMC controllers were designed according to the plant dynamics. The experimental results indicated that the system can achieve bandwidths of 27 Hz and 350 Hz and steady state errors less than 13 nm and 203 nm under PID and ISMC controls, respectively. Table II briefly summarizes the performance of the designed system. Compared with PID control, the system with ISMC has faster positioning speed but worse positioning resolution. The robustness test shows the system has good robustness to changes in the mass. The high damping of the elastomeric bearing system may be the reason for the good system robustness.

Table II. Performance of the system under PID and ISMC controls.

	PID	ISMC
Steady State Error (nm)	13	203
Overshoot (%)	1.9	2.01
Rise Time (ms)	9	6
Settling Time (ms)	20	29
Bandwidth (Hz)	27	350



## 致謝

轉眼間三年半的研究生活已近尾聲，回顧這在實驗室的時間，得到了不少收獲。首先要感謝恩師 陳國聲教授在這段時間不厭其煩地指導，無論是在學業研究上豐富的專業知識、嚴謹的研究態度、獨立解決問題的能力以及合宜的表達技巧，且在待人處事的態度上也給了我相當多的啟發，使學生我順利完成研究，特此致上無限的謝意與敬意。

在此特別感謝南臺科技大學 劉雲輝教授、高雄應用科技大學 劉永田教授與本校的 屈子正副教授擔任口試委員，於論文口試過程與論文中的不吝指教與細心指正與建議，使得本論文研究內容更臻完備，特此致上由衷謝意。

在大學專題生時期，感謝李哲維學長的教導，在碩士生涯期間，感謝 KLAB 的每一位夥伴，能夠在閒暇時間中分享各自研究與生活上的經驗與趣事，使得實驗室氣氛如此歡樂且搞笑。感謝學長姐育德、尚倫、印耕、豪翔以及佩君在研究上的幫助。感謝同學昱鋒在研究上的幫助。感謝實驗室學弟妹中豪、榮燦、晏峰、逸萱、洺安、璿文於生活中的協助，為研究生涯增添許多歡樂與搞笑，謝謝你們讓我留下了許多深刻且美好的回憶。

最後特別感謝我的家人，爺爺、奶奶、爸爸、媽媽、哥哥。因為有你們，讓我沒有後顧之憂地完成我的課業。

鄧諺舉

2015 年

# 目錄

摘要.....	I
Abstract.....	II
Extend Abstract.....	III
致謝.....	XV
表目錄.....	XX
圖目錄.....	XXI
符號說明.....	XXVI
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 研究動機與目的.....	5
1.3 相關研究.....	7
1.4 研究方法.....	8
1.5 全文架構.....	10
第二章 研究背景介紹.....	12
2.1 本章介紹.....	12
2.2 撓性定位平台介紹.....	13
2.3 橡膠軸承介紹與相關應用.....	17
2.3.1 橡膠材料介紹.....	17
2.3.2 橡膠軸承於精密機械上之應用.....	25
2.4 控制硬體介紹.....	26
2.4.1 FPGA.....	26
2.4.2 嵌入式控制器(CompactRIO).....	27

2.5 控制法則介紹及相關應用 .....	30
2.6 相關文獻總結與討論 .....	32
2.7 本章結論 .....	33
第三章 橡膠軸承定位平台之設計與分析 .....	34
3.1 本章介紹 .....	34
3.2 橡膠軸承定位平台設計 .....	35
3.2.1 定義設計目標 .....	35
3.2.2 橡膠軸承平台概念性設計 .....	36
3.2.3 系統整體概念設計 .....	37
3.3 橡膠軸承平台機械設計 .....	38
3.3.1 靜態剛性分析 .....	38
3.3.2 規格設計 .....	40
3.4 平台動態模型建立 .....	42
3.5 本章結論 .....	45
第四章 系統實現與動態測試 .....	46
4.1 本章介紹 .....	46
4.2 實驗系統設計與實現 .....	47
4.2.1 實驗系統設計與架設 .....	48
4.2.2 實驗設備介紹 .....	50
4.3 致動器系統動態測試與建模 .....	52
4.4 平台剛性動態測試與建模 .....	55
4.5 平台阻尼參數實驗 .....	57
4.6 平台系統模型建立 .....	58
4.7 本章結論 .....	60
第五章 控制器設計與模擬 .....	61

5.1 本章介紹 .....	61
5.2 PID 控制器設計與模擬 .....	62
5.2.1 PID 控制器理論 .....	62
5.2.2 PID 控制器設定之 Zeigler-Nichols 參數調整法 .....	64
5.2.3 PID 控制器之 MATLAB Simulink 模擬結果 .....	66
5.3 滑動模態控制器(Sliding Mode Control, SMC) .....	69
5.3.1 滑動模態控制器理論 .....	69
5.3.2 控制器設計與模擬 .....	74
5.4 積分式滑動模態控制器(Integral Sliding Mode Control, ISMC) ..	77
5.4.1 ISMC 控制器理論 .....	77
5.4.2 ISMC 控制器之 MATLAB Simulink 模擬結果 .....	79
5.5 本章結論 .....	85
第六章 平台控制實驗 .....	86
6.1 本章介紹 .....	86
6.2 步階響應實驗 .....	87
6.2.1 PID 控制器步階響應實驗 .....	87
6.2.2 ISMC 步階響應實驗 .....	91
6.2.3 小結 .....	96
6.3 弦波軌跡追蹤實驗 .....	98
6.4 平台強健性實驗 .....	106
6.5 本章結論 .....	109
第七章 研究結果與討論 .....	110
7.1 全文歸納 .....	110
7.2 討論 .....	113
7.2.1 橡膠軸承定位平台設計與建模之討論 .....	113

7.2.2 控制器設計之討論.....	114
7.2.3 與文獻之橡膠軸承定位平台比較.....	114
7.2.4 與撓性機構定位平台比較.....	116
7.3 未來展望與未來工作.....	118
7.3.1 近程目標.....	118
7.3.2 中程目標.....	119
7.3.3 遠程目標.....	120
7.4 本章結論.....	121
第八章 結論與未來展望.....	122
8.1 本文結論.....	122
8.2 本文貢獻.....	124
8.3 未來工作.....	125
參考文獻.....	126
附錄.....	129



## 表目錄

表 3.1 橡膠軸承平台規格.....	41
表 4.1 音圈馬達規格.....	50
表 4.2 電容式位移感測器規格.....	51
表 4.3 黏彈剛性模型參數.....	56
表 5.1 Ziegler-Nichols 之 PID 控制器參數最佳調整法.....	65
表 5.2 PID 控制器參數.....	66
表 5.3 ISMC 控制器參數.....	80
表 7.1 平台性能比較.....	117



# 圖目錄

圖 1.1(a)自動化光學檢測機台 TR 9000[1] (b)三次元量測儀[2].....	1
圖 1.2 撓性定位平台 .....	2
圖 1.3 橡膠軸承應用於精密定位.....	3
圖 1.4 研究發展圖 .....	7
圖 1.5 研究流程圖 .....	9
圖 1.6 全文架構.....	11
圖 2.1 本章架構圖 .....	12
圖 2.2 撓性結構位移轉向實例[13].....	13
圖 2.3 撓性結構 (a)平板式 (b)割痕式[17].....	14
圖 2.4 雙軸撓性機構定位平台[18].....	15
圖 2.5 三軸撓性機構定位平台[19].....	15
圖 2.6 XY 軸撓性機構定位平台[20].....	16
圖 2.7 (a)單軸撓性機構定位平台 (b)開迴路與閉迴路性能比較[6].....	16
圖 2.8 材料黏彈性質[15] .....	17
圖 2.9 Maxwell Model .....	18
圖 2.10 Kevin-Voigt Model.....	19
圖 2.11 Generalized Maxwell Model.....	20

圖 2.12 橡膠軸承形狀因子之示意圖 (a)矩形塊狀 (b)圓盤狀 .....	21
圖 2.13 橡膠軸承的壓縮模數與形狀因子之關係[5].....	22
圖 2.14 兩端與金屬完全接合的橡膠軸承受各種負載之示意圖.....	23
圖 2.15 壓縮應變與剪力模數關係圖[21].....	24
圖 2.16 (a)平台結構示意圖(b)平台模型 (c)平台實驗架設[5] .....	25
圖 2.17 (a)FPGA 設計流程燒錄至(b)FPGA 晶片的示意圖[31] .....	27
圖 2.18 NI CompactRIO[32].....	28
圖 2.19 CompaceRIO 開發環境[32].....	28
圖 2.20 Xu 與 Li 之實驗架構圖[27].....	30
圖 2.21 模擬結果.....	31
圖 2.22 自然振動響應圖(開迴路、IVSC、ICSMC) [35].....	31
圖 3.1 本章架構圖.....	34
圖 3.2 橡膠軸承定位平台示意圖.....	36
圖 3.3 定位系統方塊圖.....	37
圖 3.4 橡膠軸承示意圖.....	39
圖 3.5 (a) 平台概念設計圖 (b) 橡膠軸承示意圖(c) 平台位移示意圖(俯 視圖)(d) 平台位移示意圖(側視圖).....	40
圖 3.6 (a)平台振動力學模型(b)黏彈力學剛性模型 $K(s)$ .....	44
圖 4.1 本章架構圖.....	46



圖 4.2 (a)實驗系統示意圖(b)平台控制方塊圖.....	47
圖 4.3 實驗架構設計俯視圖.....	48
圖 4.4 實驗架構設計側視圖.....	49
圖 4.5 實驗架構實體(a)平台系統整體 (b)平台主體.....	49
圖 4.6 實驗設備(a)電容式位移感測器(b) 電容式位移訊號放大器.....	51
圖 4.7 致動器系統測試實驗架設.....	52
圖 4.8 致動器系統波德圖.....	54
圖 4.9 平台應力鬆弛實驗.....	56
圖 4.10 平台開迴路步階響應.....	57
圖 4.11 平台系統方塊圖.....	58
圖 5.1 本章架構圖.....	61
圖 5.2 回授 PID 控制方塊圖.....	62
圖 5.3 PID 控制器下的系統根軌跡圖.....	64
圖 5.4 PID 控制器參數對系統步階響應影響.....	68
圖 5.5 滑動控制示意圖.....	70
圖 5.6 滑動模態控制系統方塊圖.....	72
圖 5.7 顫振示意圖.....	74
圖 5.8 SMC 步階響應模擬圖(a)完整數據 (b)局部放大.....	75
圖 5.9 改變 $\beta$ 對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大	

( $\phi=0.0132, \lambda=12000, \eta=30$ ) .....	81
圖 5.10 改變 $\eta$ 對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大 ( $\beta=50000, \phi=0.0132, \lambda=12000$ ) .....	82
圖 5.11 改變 $\phi$ 對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大 ( $\beta=50000, \lambda=12000, \eta=30$ ) .....	83
圖 5.12 改變 $\lambda$ 對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大 ( $\beta=50000, \phi=0.0132, \eta=30$ ) .....	84
圖 6.1 本章架構圖 .....	86
圖 6.2 PID 控制實驗參數對系統步階響應之影響 .....	89
圖 6.3 $K_p$ 對於步階響應性能影響 .....	90
圖 6.4 $T_i$ 對於步階響應性能影響 .....	90
圖 6.5 $T_d$ 對於步階響應性能影響 .....	91
圖 6.6 ISMC 參數對步階響應之影響 .....	93
圖 6.7 $\eta$ 對步階響應性能影響 .....	94
圖 6.8 $\beta$ 對步階響應性能影響 .....	94
圖 6.9 $\phi$ 對步階響應性能影響 .....	95
圖 6.10 $\lambda$ 對步階響應性能影響 .....	95
圖 6.11 系統步階響應(a)整體響應 (b)暫態響應 (c)穩態響應 .....	97
圖 6.12 PID 控制系統弦波軌跡追蹤實驗(a)1Hz (b)10Hz (c)25Hz.....	99
圖 6.13 ISMC 控制系統弦波軌跡追蹤實驗 .....	101

圖 6.14 閉迴路控制系統 Bode 圖(a)PID 控制器 (b)ISMC 控制器.....	102
圖 6.15 頻率響應.....	105
圖 6.16 負載實驗平台夾具.....	106
圖 6.17 負載性能實驗(a)PID 控制器 (b)ISMC 控制器.....	107
圖 6.18 負載實驗步階響應性能.....	108
圖 7.1 橡膠軸承平台模型(a)本研究模型(b)Cuff 模型.....	115
圖 7.2 阻尼比示意 Bode 圖.....	117



## 符號說明

$\nu$  : 蒲松比(Poisson's ratio)

$\sigma$  : 應力

$\varepsilon$  : 應變

$E$  : 彈性模數

$c$  : 阻尼係數

$\varepsilon_0$  : 應變

$E_R$  : 應力鬆弛模數

$G_R$  : 剪力鬆弛模數

$K_R$  : 體積鬆弛模數

$E_c$  : 壓縮模數

$S$  : 形狀因子

$\Phi_c$  : 材料特性修正係數

$E_0$  : 為初始的楊氏係數

$(EI)_{\text{eff}}$  : 等效彎矩剛性

$G$  : 剪力模數

$I$  : 慣性矩

$R_{CS}$  : 壓縮/剪力剛性比

$K_c$  : 壓縮剛性



$K_s$  : 剪力剛性

$N_b$  : 橡膠軸承之疊層數

$K_a$  : 功率放大器功率放大常數

$K_v$  : 音圈馬達出力常數

$G_{amp}$  : 功率放大器轉移函數

$G_{actuator}$  : 致動器系統轉移函數

$G_{stage}$  : 橡膠軸承定位平台轉移函數

$G_{plant}$  : 平台系統轉移函數

$S$  : 順滑面函數

$K_p$  : 比例增益

$T_i$  : 積分時間

$T_d$  : 微分時間

$K_u$  : 極限增益

$T_u$  : 極限週期

$\tilde{X}$  : 誤差

$X$  : 目前位置

$X_d$  : 目標位置

$f$  : 模型函數

$\beta$  : 順滑面積分項增益值



$\eta$  : 切換項常數

$\Phi$  : 邊界層厚度

$\lambda$  : 順滑曲線之斜率

$u$  : 控制數入

$u_{eq}$  : 等效控制輸入

$u_n$  : 切換控制輸入



# 第一章 緒論

## 1.1 前言

隨著科技進步，精密定位對於學術界與產業界是一項受到重視的關鍵技術之一，精密定位技術不僅在精密製造有其重要性，在精密檢測上更是影響儀器精密度的關鍵。例如學術界為了研究奈米材料而大量使用掃描探針式顯微鏡、掃描式電子顯微鏡或是穿透式電子顯微鏡等，精密定位平台被應用在微調試片的位置，或是搭配振動控制技術來隔離環境影響。產業界在研發主動振動控制技術時常搭配使用精密定位平台，將其應用在精密設備上，如自動化光學檢測機台(AOI)、三次元量測儀等等機台[1-2]。定位技術是製造生產、量測尺度、運轉使用各式設備…等高科技產業上最重要的基礎技術之一，定位技術的優劣將直接影響於產品製造的品質。

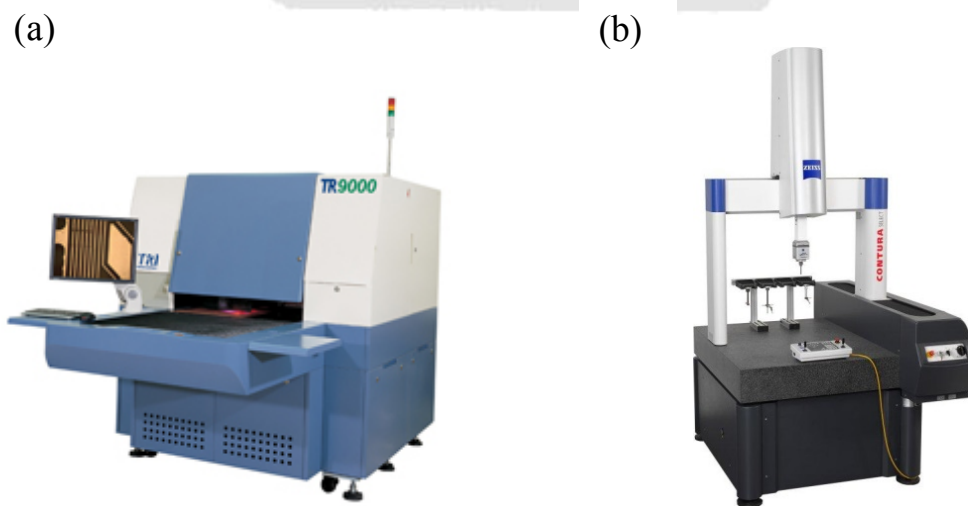
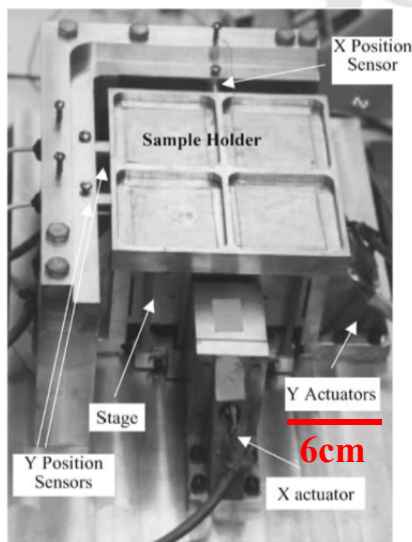


圖 1.1(a)自動化光學檢測機台 TR 9000[1] (b)三次元量測儀[2]

精密定位平台配合主動振動控制應用於精密機械能夠提供抑振或精密定位的功能，精密定位平台多採用撓性機構設計，撓性機構設計概念是應用材料的彈性變形而達成位移定位的效果，平台剛性來自於設計撓性結構或絞鍊。例如本實驗室 Chen 等人[3]，設計一三自由度磁浮撓性定位平台藉由線性化回饋控制器達到精密定位性能，行程  $100\mu\text{m}$ ，頻寬  $85\text{Hz}$ ，應用於表面粗糙度掃描。李哲維[4]以應用於 AOI 機台為基礎設計堆疊式雙軸撓性精密定位平台搭配壓動致動器，達到雙軸頻寬分別為  $120\text{Hz}$  和  $195\text{Hz}$ ，定位精度  $70\text{nm}$  和  $50\text{nm}$ 。

(a)



(b)

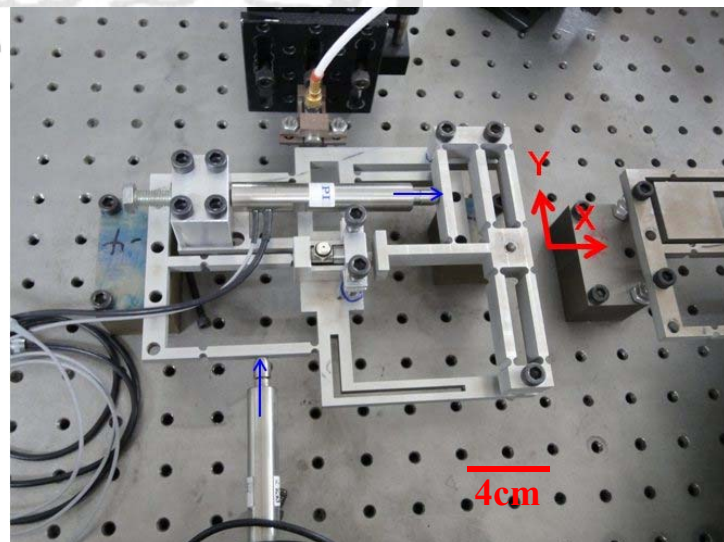


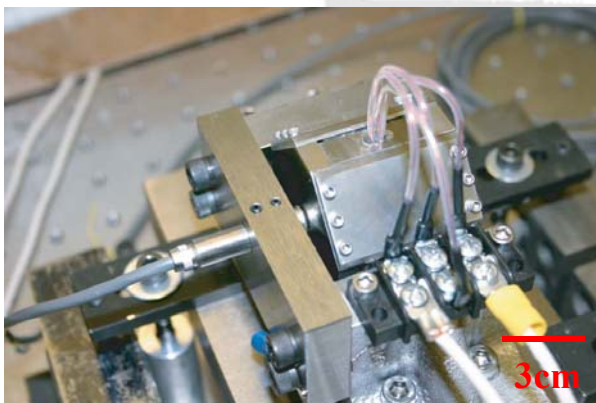
圖 1.2 撓性定位平台(a)磁浮撓性定位平台[3] (b) XY 堆疊式平台實驗系統圖[4]

撓性機構具有無機械摩擦、無背隙、具行程放大機構等優點，撓性機構的剛性設計來自於幾何尺寸，在機械設計上，拘束軸方向剛性高體積小，驅動軸方向剛性低體積大，造成撓性機構體積龐大，若再加上行



程放大機構，體積更大，對於實際應用上，較無法用於小型化精密機械。鑒於此問題，MIT 的 Trumper 教授研究團隊提出以橡膠軸承取代撓性機構設計精密機械。橡膠軸承為金屬與橡膠堆疊而成的結構，橡膠軸承的剛性設計來自於幾何形狀比例，能夠藉由設計形狀改變拘束軸方向剛性和驅動軸方向剛性之間的比值，藉此改撓性機構體積龐大之問題。Kluk[5] 應用橡膠軸承設計一雙自由度快速光學反射鏡，頻寬 4000Hz，旋轉角度  $\pm 3.5\text{mrad}$ 。Cuff[6] 以橡膠軸承取代撓性機構設計新型單軸精密定位系統，行程  $100\mu\text{m}$ ，頻寬 580Hz，相較於撓性機構大幅降低定位平台系統體積，同時有高速高精度的定位性能，有利於實際應用減少空間上的機械設計限制，能應用於小型化精密機械當中。且橡膠軸承系統的阻尼係數相較於金屬撓性結構較高，可能有助於控制器設計。

(a)



(b)

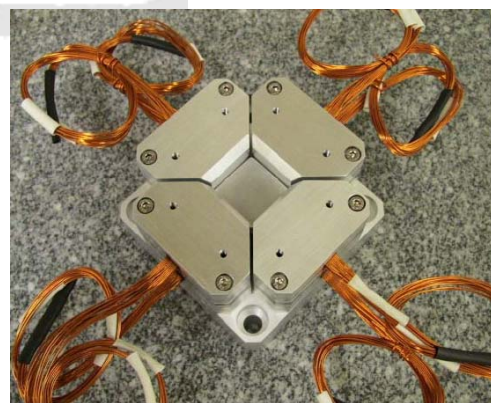


圖 1.3 橡膠軸承應用於精密定位(a)精密定位平台[5] (b)快速光學反射鏡[6]

但橡膠為黏彈材料，橡膠軸承平台為非線性時變系統嚴格來說不適用線性系統方法建模，須考量橡膠的黏彈力學特性進行建模，才能建立

更完整的橡膠軸承模型，模型會相對於一般線性系統複雜，如何針對具黏彈特性系統設計控制系統為一大挑戰。

橡膠軸承以特殊非等向性剛性設計能夠相對於撓性機構大幅降低定位平台體積，在文獻中尚無一套有效建立橡膠軸平台模型之方法，故無有效地進行控制器設計，本文欲設計並實現一橡膠軸承精密定位平台，以此為基礎建立一套以黏彈特性建立橡膠軸承平台模型之方法，並以此模型建立相對應控制器設計方法。



## 1.2 研究動機與目的

如上所述，基於橡膠軸承之定位平台應可取代撓性機構設計精密定位平台，大幅降低平台體積，但目前仍缺乏一套有效針對橡膠軸承特性的控制系統設計的方法，相關的研究[5]仍以線性彈性結構與線性控制系統方式設計，無法呈現系統黏彈特性於模型中提供控制器設計有效之參考模型。

因此基於上述動機，本文擬設計與實現一單軸橡膠軸承精密定位平台，並以此為對象，建立一套能夠建立包含黏彈特性的橡膠軸承建模方法，並針對此非線性時變系統特性設計控制器，明確而言，本論文擬達成下列各項目標：

### (1) 設計以橡膠軸承取代撓性機構的定位平台

本文研究目的為發展以橡膠軸承取代撓性機構設計單軸精密定位平台，藉由橡膠軸承的非等向剛性特性改善撓性機構的缺點，設計出性能超越撓性機構且體積較小的精密定位平台。

### (2) 建立一套橡膠軸承建模方法

Cuff[5]雖然已發展出橡膠軸承定位平台，但無建立足夠描述橡膠軸承非線性時變剛性的模型，在本研究中，將改善橡膠軸承的模型建立問題，建立含有黏彈力學模型的平台系統模型描述橡膠軸承的非線性時變剛性，並且建立一套可以獲得模型參數的實驗方法。

### (3) 針對橡膠軸承定位平台設計控制系統

橡膠軸承定位平台為非線性時變系統，將針對含有黏彈模型的平台系統模型設計能夠壓制系統剛性變化的控制系統，達到高頻寬、高定位精度的定位平台性能。



### 1.3 相關研究

本實驗室在過去研究中，分別對於撓性定位平台和橡膠軸承都有相關研究，王維志[6]和李哲維[4][7]先後發展出單軸和雙軸撓性定位平台搭配控制系統的精密定位系統，林佩君[8]發展一雙軸式材料測試系統，能夠檢測橡膠軸承的機械性質，洪榮燦[9]針對橡膠軸承以有限元素法模擬進行應力和失效分析。

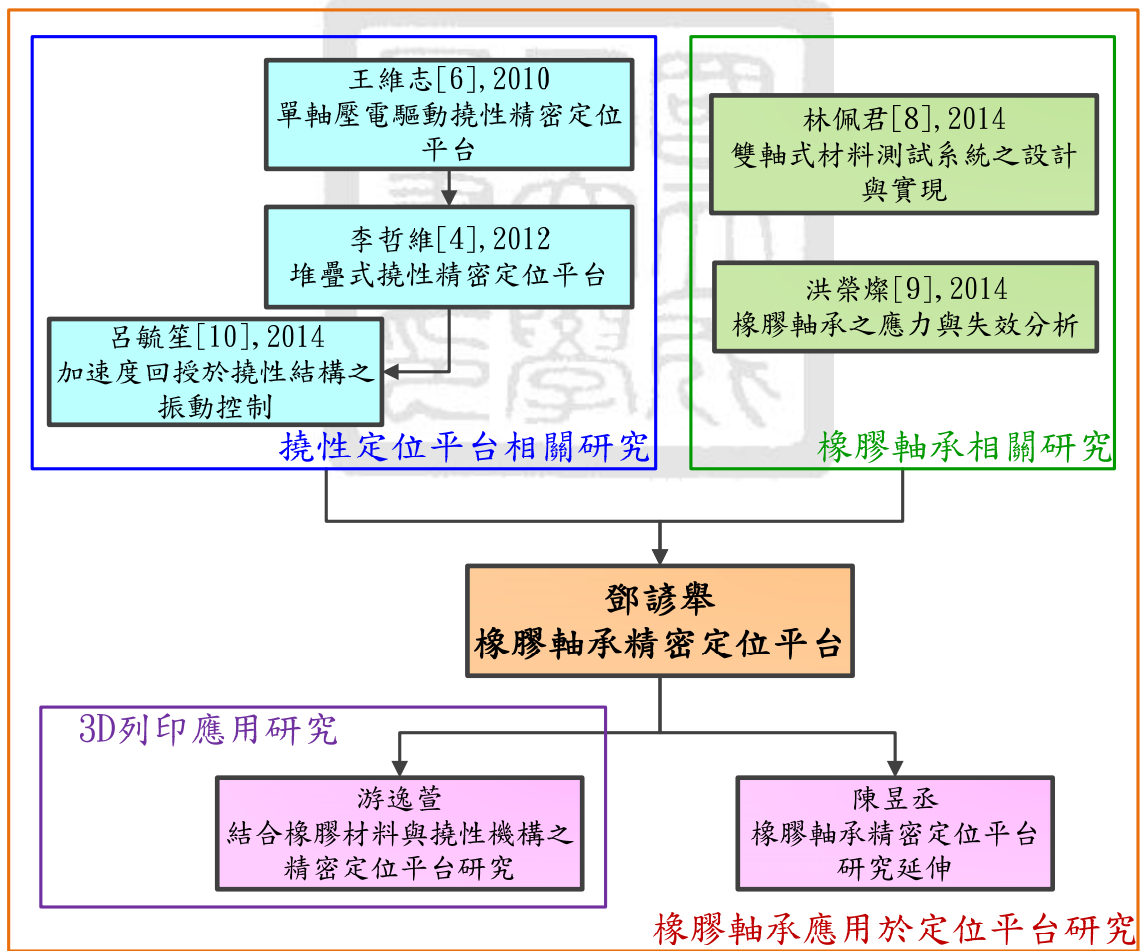


圖 1.4 研究發展圖

## 1.4 研究方法

為了達成本文之研究目標，我們將進行設計、分析、模擬以及實驗等工作。明確而言，本論文的研究步驟主要分為五個階段，(1)制定設計規格、(2)橡膠軸承定位平台設計與分析、(3)定位平台動態測試、(4)控制系統設計與模擬、(5)平台控制實驗，其研究流程圖如圖1.3所示。

首先為設計整體平台系統，選擇致動器、感測器、控制器實現硬體，接下來考量平台的非等向剛性和自然頻率下設計橡膠軸承的規格，將所設計出的平台實現成為實驗系統，對於平台進行系統動態測試，以實驗數據分析阻尼係數和時變剛性，以黏彈力學模型描述橡膠軸承時變剛性，建立具黏彈力學特性的平台模型，以此模型，我們將設計傳統 PID 控制器和積分式順滑模態非線性控制器(Integral Sliding Mode Control, ISMC)控制定位平台，ISMC 能夠針對系統參數不確性加入控制器設計中，以剛性的非線性時變性質作為參數不確定性，設計 ISMC 控制器能夠對抗剛性變化達到精密定位性能。將所設計之控制器實現於可程式邏輯閘陣列(Field Programmable Gate Array, FPGA)進行平台實驗，我們將以步階響應定位實驗、弦波軌跡追蹤實驗、強健性實驗等三項實驗觀察平台性能，觀察平台性能驗證是否符合設計目標。

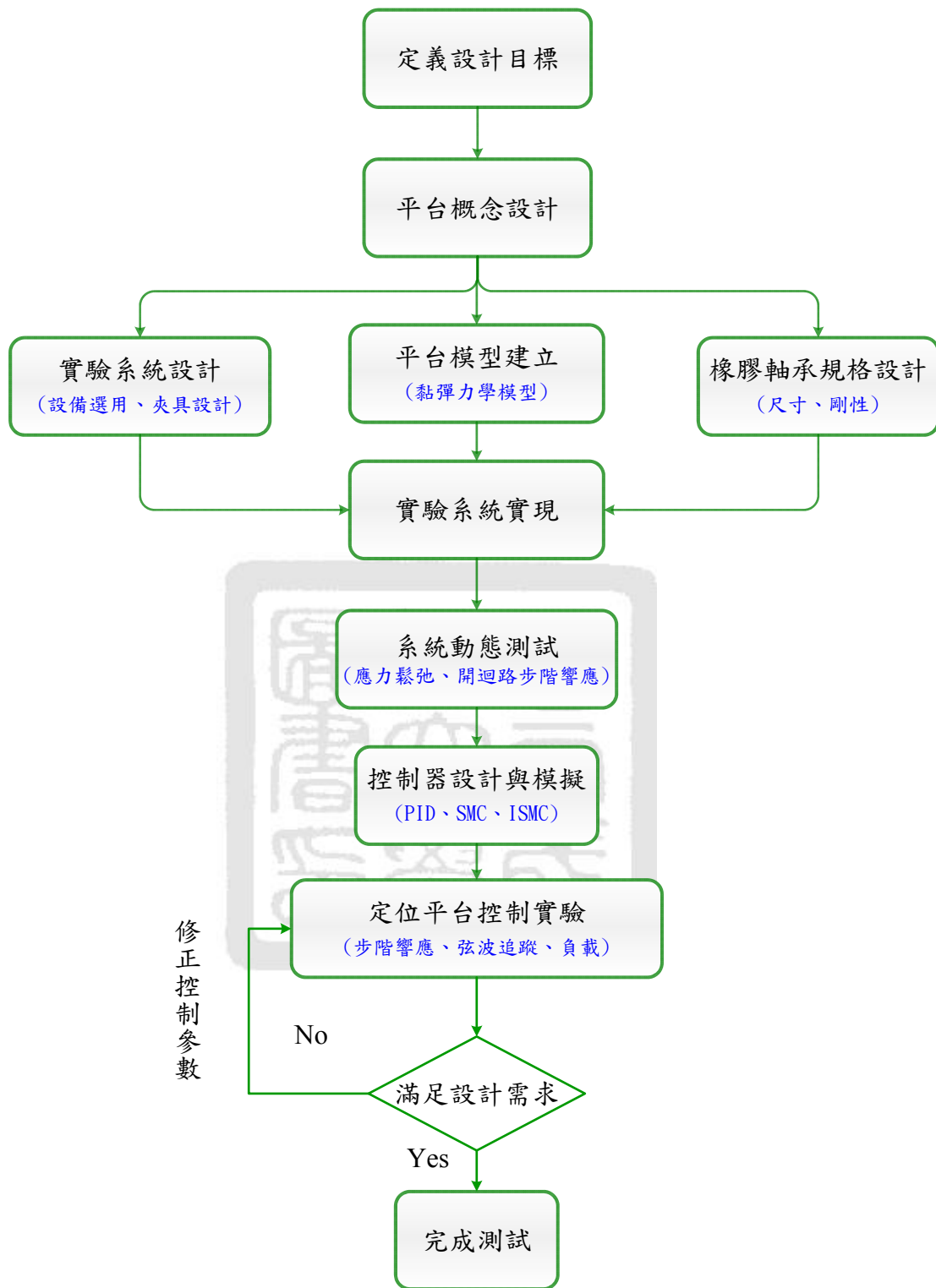


圖 1.5 研究流程圖

## 1.5 全文架構

本文內容共分為七章，全文架構如圖 1.4 所示，第一章為緒論，概略本研究重點與目的，同時說明章節分配。第二章為研究背景介紹，介紹精密定位平台的相關設計與研究，以及有關橡膠軸承相關應用方面之介紹，並且介紹以橡膠軸承做為定位平台結構的相關研究。第三章介紹橡膠軸承定位平台之設計與分析，先進行定位平台概念設計，分析橡膠軸承的靜態剛性並設計橡膠軸承平台規格，以黏彈力學分析橡膠軸承非線性時變動態剛性並建立平台動態模型。

第四章首先以第三章中平台概念，實現於實驗系統中並進行系統動態測試，將採用應力鬆弛實驗和開迴路步階響應實驗獲得平台模型之參數，並建立其系統動態模型。第五章為以第四章的平台模型設計 PID 和 ISMC 控制器並且採用 SIMULINK 來模擬，了解當改變控制器參數，對平台響應的影響，進而選取符合適合的控制器參數提供控制實驗使用。第六章為進行平台控制實驗，包含步階響應、弦波軌跡追蹤、負載性能實驗，探討平台定位精度、頻寬等性能。

第七章為研究結果討論，將以針對實驗結果討論控制器之間的優劣性，並討論本研究與文獻比較下其優勢。第九章為結論與未來展望，將做全文的歸納與結論，並說明本文貢獻與未來研究之發展方向。



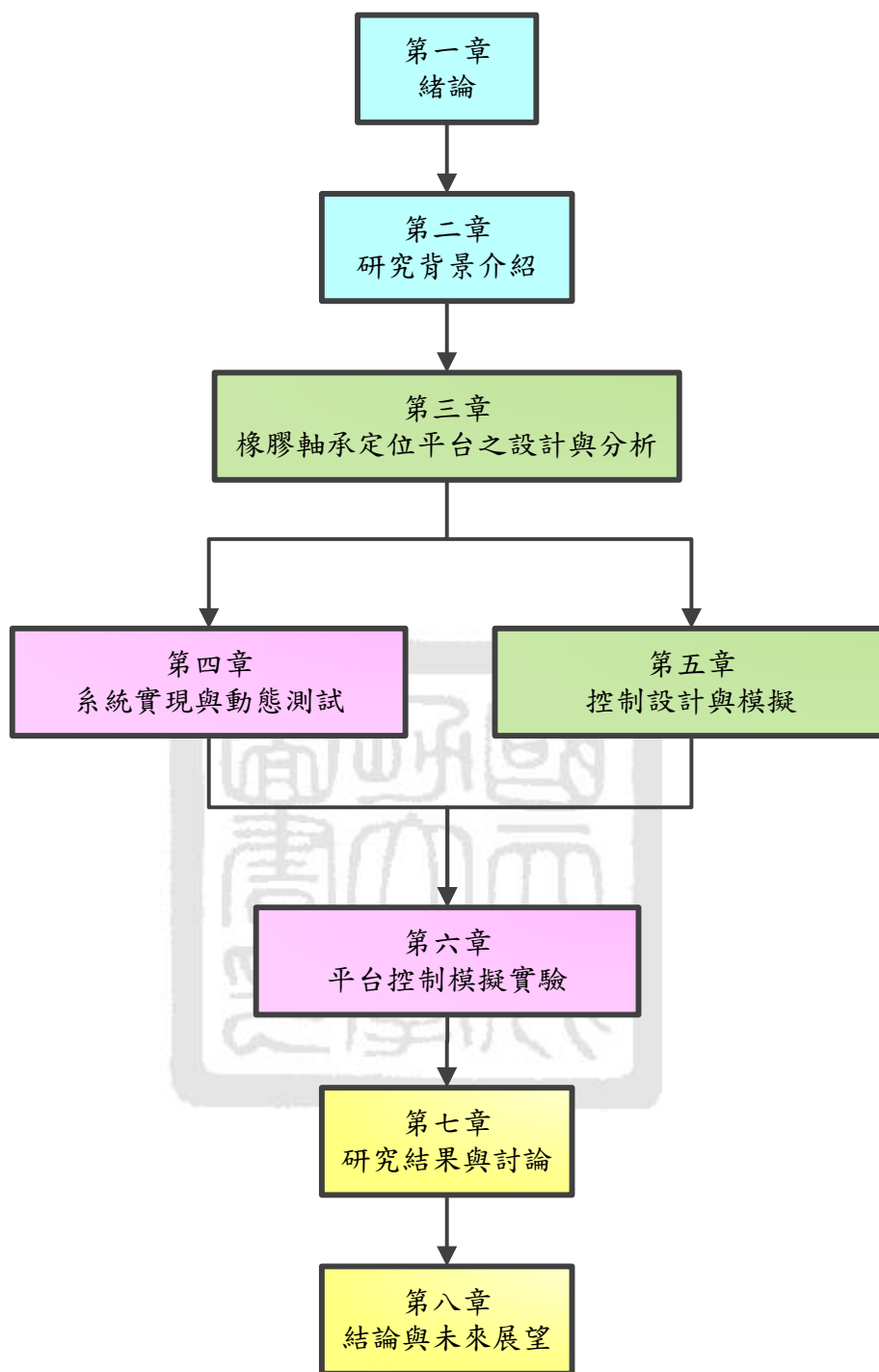


圖 1.6 全文架構

## 第二章 研究背景介紹

### 2.1 本章介紹

我們在第一章中，介紹了本文研究動機與目的，本章將針對本研究之相關背景以及所需用到的相關理論做進一步的介紹。首先介紹已成熟發展於精密定位系統中的撓性定位平台，接下來介紹橡膠軸承的基本原理和其目前的相關應用，並介紹目前常用於定位平台的控制系統設計。

本章架構如圖 2.1 所示，首先 2.2 節為撓性定位平台介紹，2.3 節為橡膠軸承介紹與相關應用，2.4 節為控制硬體介紹，2.5 節為控制法則介紹與應用，2.6 節為相關文獻總結與討論，最後 2.7 節為本章結論。

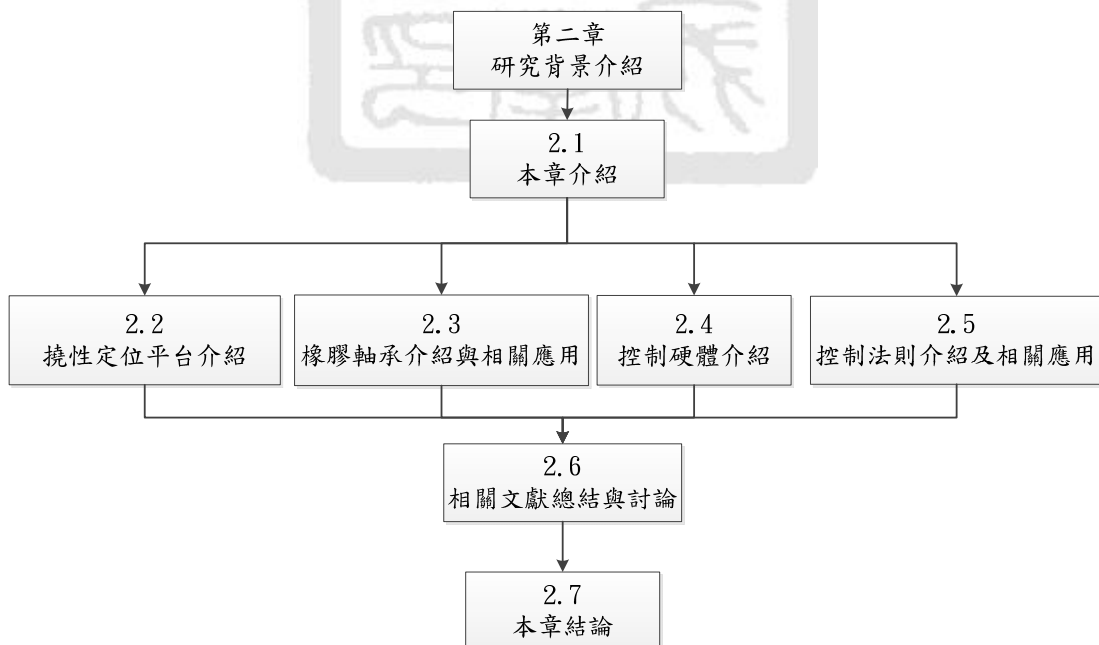


圖 2.1 本章架構圖

## 2.2 撓性定位平台介紹

撓性結構[12]主要功能為提供機械設計中傳遞位移、放大位移、位移轉向，傳遞位移包含拘束結構的位移方向和傳遞致動器的位移和力量輸出，放大位移為將致動器的所傳遞位移的位移量放大，位移轉向[13]為改變致動器的位移方向達到機械設計之目的，如圖 2.2。

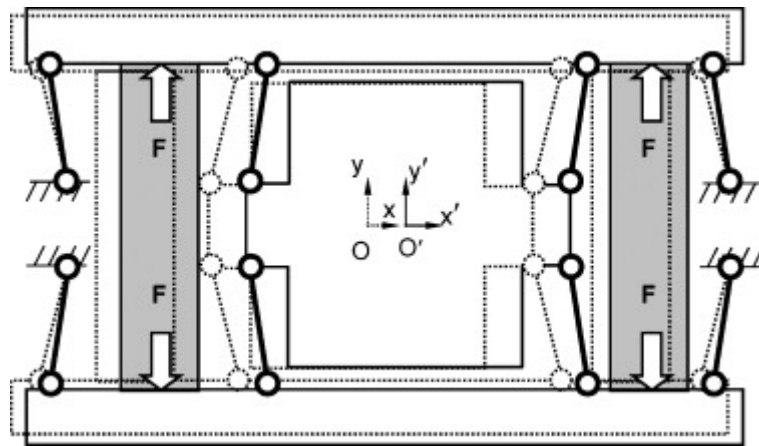


圖 2.2 撓性結構位移轉向實例[13]

精密定位平台將可應用於各式系統中，如工具機[14]、半導體製程設備[15]、LCD 製程設備及原子力顯微鏡[16]等，而這些尖端的裝置乃建構在定位技術的基礎上。因此，定位技術可視為支援科技研發的重要關鍵技術。一般而言，如欲達成精密定位，則需藉由設計結構的幾何形貌來達成非等向性剛性之要求，以達到拘束材料某些自由度之目的。撓性結構，即是一種能提供非等向性剛性之結構。撓性結構設計概念是應用材料的彈性變形而達成位移定位[17]的效果，通常可分為兩種形式：平板式與割痕式撓性結構，如圖 2.3 所示。其優點為不會產生介面磨耗且有高

穩定度、無餘隙、精度高、生熱少、不須潤滑。

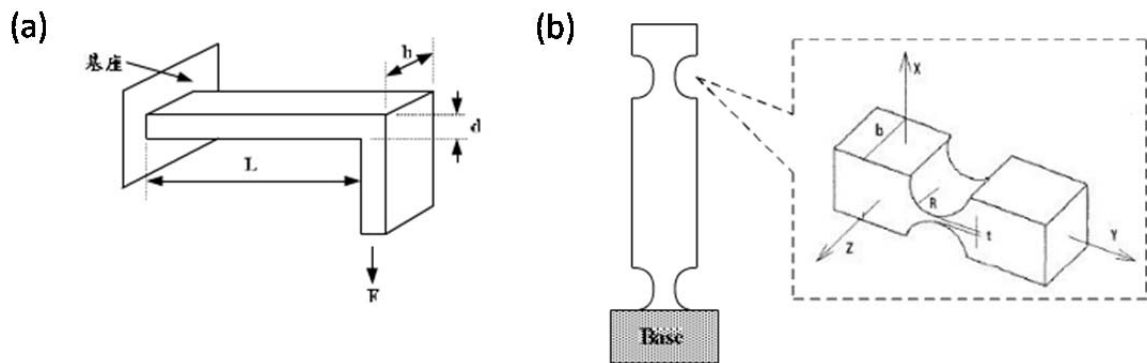


圖 2.3 撓性結構 (a)平板式 (b)割痕式[17]

如在第一章所言，李哲維[4]設計一雙軸壓電驅動堆疊式撓性定位平台，藉由PID控制器及滑動模態控制器可將耦合效應造成的位移偏移量抑制到 $0.07\ \mu\text{m}$ 、 $0.05\ \mu\text{m}$ ，追蹤圓頻率至15Hz及25Hz，追蹤圓半徑至 $5\ \mu\text{m}$ 及 $15\ \mu\text{m}$ 。Chen等人[3]設計一三自由度電磁致動撓性定位平台，能在X、Y、 $\theta$ 方向進行精密定位，頻寬達85Hz、定位精度50nm，並搭配LVDT進行平面粗糙度掃描之應用。

趙銘靖[18]設計出一雙軸撓性機構平台，並採用有限元素分析得自然頻率為180Hz，最大行程為 $151\ \mu\text{m}$ ，如圖2.4所示。在單頻動態路徑軌跡追蹤實驗，測試頻寬為1~10Hz，在系統之自然頻率之干擾下，觀察其輸出響應，在控制器開啟後，約0.02秒就能有效將約 $15\sim 20\ \mu\text{m}$ (Peak value)之振動量給抑制至 $2\sim 3\ \mu\text{m}$ 。

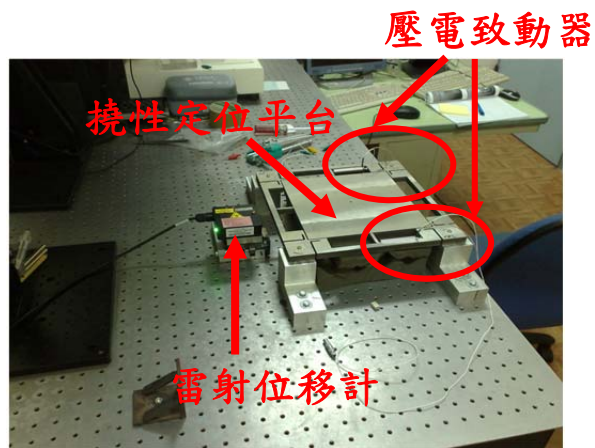


圖 2.4 雙軸撓性機構定位平台[18]

Yi 與 Chung[19]，設計出一三軸撓性平台，如圖 2.5 所示，由實驗結果得知，平台的最大位移分別為 X 軸  $100\mu\text{m}$ 、Y 軸  $100\mu\text{m}$  及 Z 軸  $0.1^\circ$ 。不過 Yi 與 Chung 並沒有針對其動態行為做詳細討論。

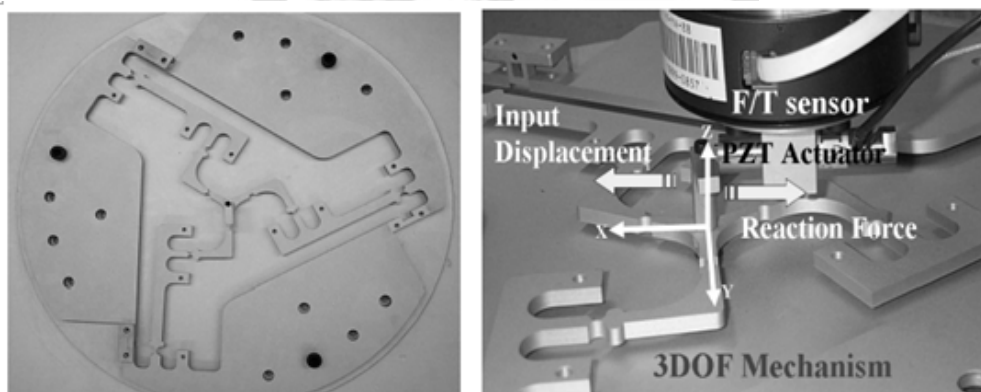


圖 2.5 三軸撓性機構定位平台[19]

Jun 等人[20]設計出一 XY 軸定位平台，其平台所能移動最大位移分別為 X 軸  $16\mu\text{m}$ 、Y 軸  $8\mu\text{m}$ ，平台的 XY 軸的自然頻率分別為  $2780\text{Hz}$  與  $6257\text{Hz}$ ，如圖 2.6 所示。

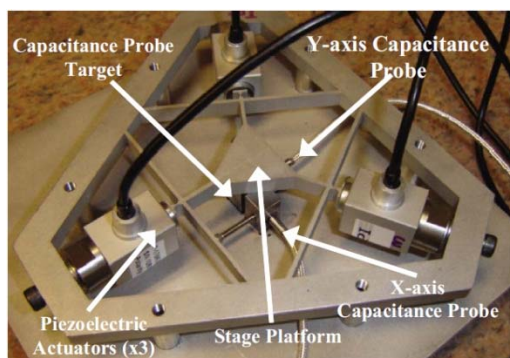
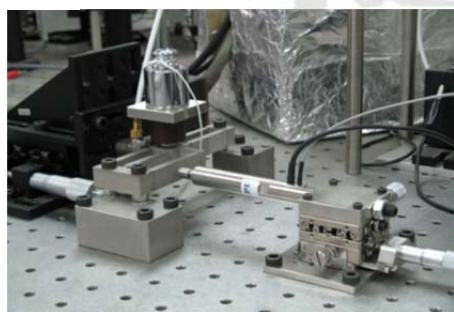


圖 2.6 XY 軸撓性機構定位平台[20]

王維志[6]設計出一單軸撓性定位平台，如圖 2.6(a)所示。並結合槓桿式放大機構將行程放大，最大行程達到  $70.6\mu\text{m}$ ，共振頻率為  $393.8\text{Hz}$ ，並利用 PID 控制及滑動模態控制來改善定位平台增加負載之後造成平台的振盪與不穩定。在平台負載  $614\text{g}$  之  $20.32\mu\text{m}$  步階響應特性中，settling time 方面，從開迴路的  $249.7\text{ms}$  分別藉由 PID 與 SMC 減小到  $35\text{ms}$  和  $39.3\text{ms}$ ，如圖 2.6(b)所示。

(a)



(b)

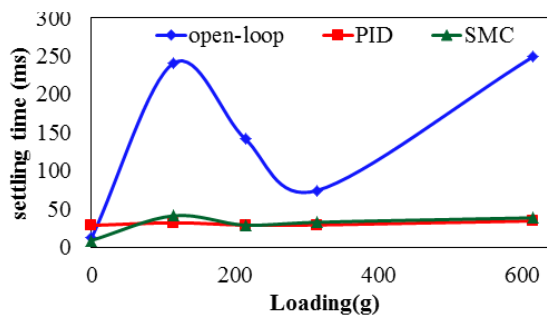


圖 2.7 (a)單軸撓性機構定位平台 (b)開迴路與閉迴路性能比較[6]

以上文獻皆以撓性機構設計定位平台，撓性平台具行程大、線性等優點，搭配閉迴路控制能達到高精度定位。但在非等向剛性設計中，撓性機構往往都形狀複雜、體積較大，且較無彈性調整之空間。



## 2.3 橡膠軸承介紹與相關應用

在本節中將介紹橡膠材料特性，由於橡膠為黏彈材料，也將介紹基本的黏彈力學行為，最後介紹橡膠和金屬堆疊的橡膠軸承力學分析。

### 2.3.1 橡膠材料介紹

橡膠材料為高分子材料，其具有高應變(約可達到 300-500%)、低楊氏模數(1-10MPa)，蒲松比  $\nu$  (Poisson's ratio)接近 0.5 等特性[21]。由於其蒲松比接近 0.5，因此就本質上而言，橡膠材料為不可壓縮，其體積模數 (bulk modulus)在 1GPa 左右。且由於高分子材料的本質，橡膠材料之機械性質具有相當顯著對於溫度與頻率之敏感性，另外，橡膠也為黏彈性材料，其黏彈之特性不可忽略[21]。

根據最簡單之黏彈模型，可得知其系統剛性與結構撓性均為施載頻率與作動時間之函數。如圖 2.8 所示，橡膠結構之剪力模數大致隨施力頻率上升而上升，但其撓性(compliance)則隨作動的時間而上升。由於橡膠具備有這些特性，使其成為工程上廣泛使用的材料之一，常被用於彈簧，阻尼及油封等應用上[21]，以下將詳細介紹橡膠的黏彈性行為。

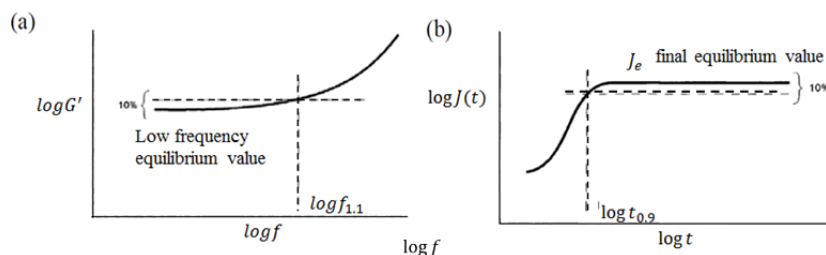


圖 2.8 材料黏彈性質[15](a)剪力係數與頻率關係 (b)撓性與作動時間關係

## ● 黏彈性行為

當材料受一定值應力時，會產生一固定應變，此為彈性行為，可用彈簧表示其性質，而當材料受一定值應力時，產生一固定應變速率，此為黏性行為，可用阻尼表示其性質。當材料的性質介於彈性及黏性之間時，稱之為黏彈性行為，可使用彈簧與阻尼以串聯或者並聯等形式表示之。黏彈性材料其材料特性會隨著時間和頻率做改變，當施予黏彈性材料一固定受力時，其應變會隨著時間改變，此現象稱為潛變(creep)；而同樣的，若施與黏彈性材料一固定應變時，其應力也會隨著時間改變，此現在稱為應力鬆弛(stress relaxation)。以上行為可藉由彈簧與阻尼之間不同搭配組合的模型描述之，依據實驗數據選擇適當的模型組合。以下幾種模型為常見的黏彈性模型[22]

### A. Maxwell Model

此模型如圖 2.9 所示，其為一彈簧與一阻尼串聯而成，用於表示應力鬆弛之模型。其統御方程式表示為(2.1)式：

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{c}, \quad (2.1)$$

其中， $\sigma$ 表示應力， $\varepsilon$ 為應變， $E$ 為彈性模數， $c$ 為阻尼係數，當受到一固定應變 $\varepsilon_0$ 時，可將其應力鬆弛行為表示成(2.2)式：

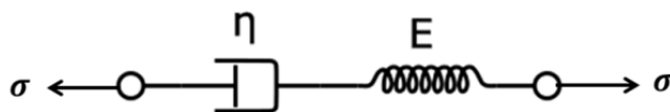


圖 2.9 Maxwell Model

$$\sigma(t) = E\varepsilon_0 \exp\left(\frac{-t}{c/E}\right), \quad (2.2)$$

由(2.2)式可知，其受一固定應變時，應力會隨著時間而呈指數式衰減的現象，最後衰減到零。



## B. Kelvin-Voigt Model

此模型如圖 2.10 所示，其為一彈簧與一阻尼並聯而成，用於表示潛變之模型。其統御方程式表示為(2.3)式：

$$\sigma = \varepsilon E + \dot{\varepsilon} c, \quad (2.3)$$

其中， $\sigma$ 表示應力， $\varepsilon$ 為應變， $E$ 為楊氏模數， $c$ 為阻尼係數，當受到一固定應力 $\sigma_0$ 時，可將其潛變行為表示成(2.4)式：

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - \exp\left(\frac{-t}{\eta/E}\right) \right), \quad (2.4)$$

由(2.4)式可知，當受到一固定應力 $\sigma_0$ 作用時，應變會隨著時間而有指數式增加的現象，直至應變值達到 $\frac{\sigma_0}{E}$ 。

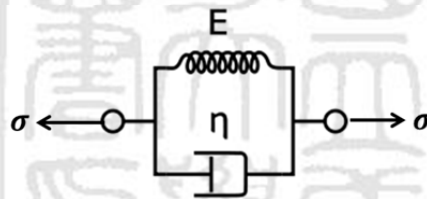


圖 2.10 Kelvin-Voigt Model

## C. Generalized Maxwell Model

由若干個 Maxwell Model 並聯而成，用於表示較為複雜之黏彈性材料的行為，因為 Maxwell Model 和 Kelvin-Voigt 為基本的模型，無法描述一般黏彈性材料之行為，故常用 Generalized Maxwell model 來表示之，如圖 2.11 所示。其應力鬆弛模數與時間的可用(2.5)式表示：

$$E_R(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^N E_i \exp\left(\frac{-t}{\eta_i/E_i}\right), \quad (2.5)$$

其中， $E_R$ 為應力鬆弛模數， $N$ 為 generalized Maxwell model 之單元數， $\eta_i$ 、 $E_i$ 為第  $i$  個單元之楊氏係數與阻尼係數， $E_\infty$ 為應力完全鬆弛時之應力鬆弛模數。

當選擇 generalized Maxwell model 來描述黏彈性材料的一些性質時，其中，以  $G_R(t)$ 、 $K_R(t)$  用以表示 Prony series，其多項式以(2.6)式和(2.7)式之形式表示之：

$$G_R(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^N G_i \exp\left(\frac{-t}{\eta_i/E_i}\right), \quad (2.6)$$

$$K_R(t) = K_\infty + \sum_{i=1}^N K_i \exp\left(\frac{-t}{\eta_i/E_i}\right). \quad (2.7)$$

其中， $G_R$  為剪力鬆弛模數 (shear relaxation modulus)， $K_R$  為體積鬆弛模數 (bulk relaxation modulus)， $G_i$ 、 $K_i$  為第  $i$  個單元之剪力鬆弛模數與體積鬆弛模數， $G_\infty$ 、 $K_\infty$  為應力完全鬆弛時的剪力鬆弛模數和體積鬆弛模數。一般而言，體積模數  $K_R(t)$  的影響不大，可視模型之簡化需求，將其以常數取代之。

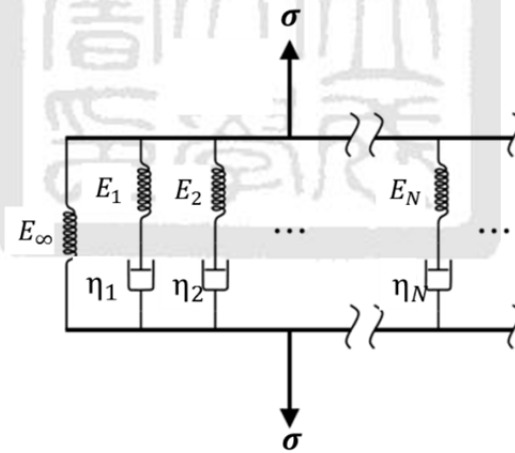


圖 2.11 Generalized Maxwell Model

● 橡膠/金屬 疊層結構(橡膠軸承)之力學分析

首先為了瞭解橡膠軸承之受力分析，應先介紹與橡膠軸承相關之定義，等效壓縮模數 (compression modulus) 與橡膠結構之形狀因子 (shape factor) 有關。壓縮模數  $E_c$  被定義成(2.8)式 [23]：

$$E_c = \frac{\text{applied axial loading}}{\text{resulted axial compression strain}}, \quad (2.8)$$

而形狀因子則被定義為(2.9)式：

$$S = \frac{\frac{1}{2}(\text{Contact area})}{\text{Free surface area}}, \quad (2.9)$$

其中橡膠結構的類型主要分兩種，矩形塊狀和圓盤狀，如圖 2.12 所示。如圖 2.12(a)為矩形塊狀，根據定義其形狀因子表示為(2.1)式：

$$S = \frac{lb}{2t(l+b)}, \quad (2.1)$$

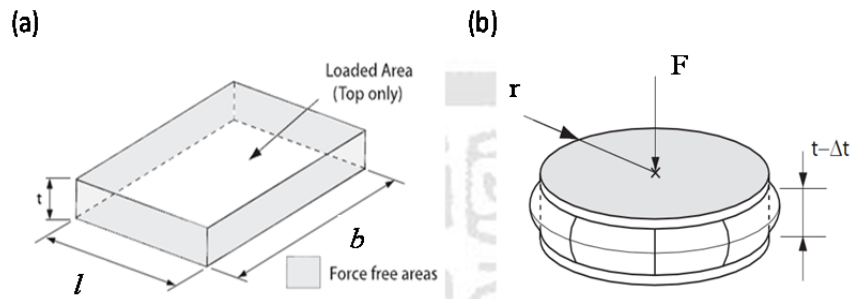


圖 2.12 橡膠軸承形狀因子之示意圖 (a)矩形塊狀 (b)圓盤狀

而圓盤狀的形狀因子則表示為(2.2)式：

$$S = \frac{r}{2t}, \quad (2.2)$$

其中， $l$  為長度， $b$  為寬度， $r$  為半徑， $t$  為厚度。具體而言， $S$  越大，橡膠軸承結構越扁平，反之， $S$  越小，橡膠軸承結構越細長。

根據 Lindley 等人之推導[24][25]，壓縮模數表示為式(2.3)：

$$E_c = E_0(1 + 2\phi_c S^2) \quad (2.3)$$

其中， $E_0$  為初始的楊氏係數， $\phi_c$  為一與材料特性有關之修正係數，稱之為壓縮係數。當形狀越扁平時， $S$  越大， $E_c$  也越大，如圖 2.13 所示，在  $S$  很小時，橡膠結構之壓縮模數接近材料之楊氏係數，但若  $S$  很大時，壓縮模數可以高達楊氏係數的百倍左右。相反的，除了特殊考慮或是  $S$  較

小之結構外，材料的剪力模數對於  $S$  而言，較不具敏感性[24][25]，一般而言，均將之當作與  $S$  無關。

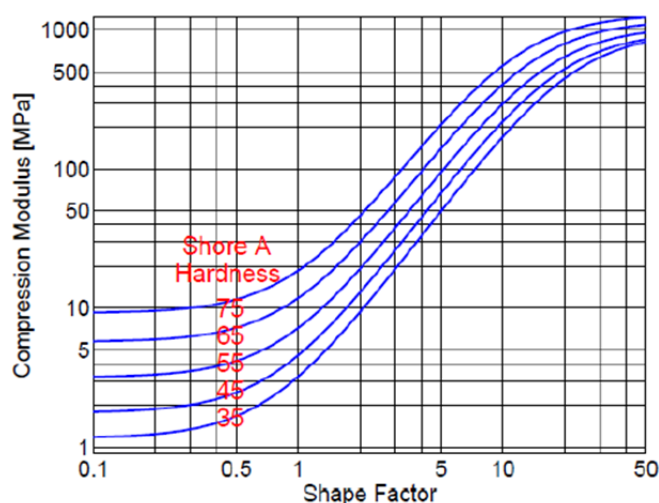


圖 2.13 橡膠軸承的壓縮模數與形狀因子之關係[5]

圖 2.13 為橡膠結構可能會受到的負載形式，分別表示(a)受壓(b)受剪(c)受彎矩力的情況以及其楊氏模數或剪力模數相對應之公式。由於橡膠屬於不可壓縮的材料，並具備超彈特性，因此當橡膠上下表面與金屬完全接合後，如圖 2.14(a)所示，受到壓應力時，會因為不可壓縮之特性，使其壓縮剛性和自由變形時，有很大的差異。其中，橡膠軸承於受壓時的壓縮模數與其形狀因子有關，此關係式於上一段的式(2.3)有介紹。而當橡膠軸承受彎矩力時，如圖 2.14 (c)，其等效彎矩剛性 $(EI)_{eff}$  (effective bending stiffness)與形狀因子之關係，表示於式(2.4)[21]：

$$(EI)_{eff} = \frac{4}{5}GIS^2 = \frac{EcI}{5}, \quad (2.4)$$

其中， $G$  為剪力模數， $S$  為形狀因子， $I$  為慣性矩。

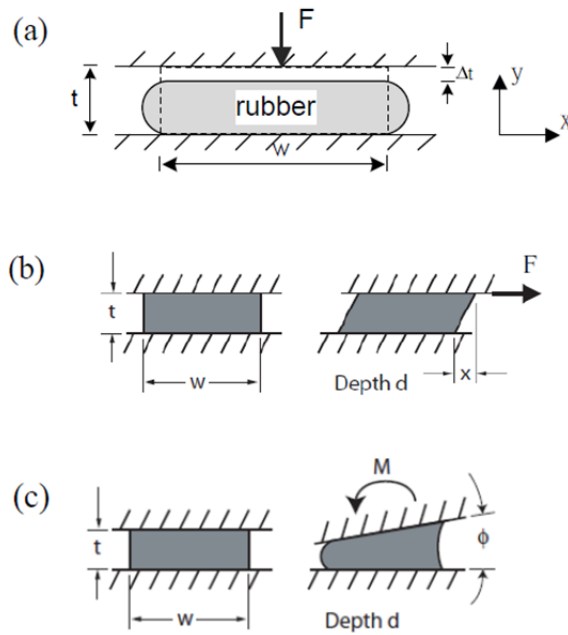


圖 2.14 兩端與金屬完全接合的橡膠軸承受各種負載之示意圖 (a)壓縮負載 (b) 剪力負載 (c)彎矩(bending)負載

若我們定義一個壓縮/剪切剛性比，則可得知在高形狀因子的狀態時，相較於剪切方向，橡膠結構在受壓方向幾乎可視作被完全限制住。因此利用不同的幾何設計以改變形狀因子，我們可以將橡膠結構當成是軸承結構(限制某方向之運動，但允許另一方向之運動)，亦即利用橡膠與金屬之接合，以及不可壓縮之特性，很容易將其轉成一非等向材料，提供在不同方向的不同剛性呈現。根據 Lindley 等人之推導[23][24]，我們可以推估壓縮/剪力剛性比 $R_{CS}$ ，如(2.5)式所示。

$$R_{CS} \equiv \frac{K_c}{K_s} = \frac{4E_0(1+k_c N_b^2 S^2)}{3N_b G}, \quad (2.5)$$

其中， $N_b$ 為橡膠軸承之疊層數， $G$ 為剪力模數， $K_c$ 為壓縮剛性， $K_s$ 為剪力剛性。根據(2.5)式可得知，若取適當的 $N_b$ 值，例如 $N_b=10$ ，則壓縮/剪力剛性比可以超過 100，同樣地  $S$  越大，壓縮/剪力剛性比也越大，在這種剛性非等向性結構上，傳統上均使用撓性機構實現之，但以橡膠軸

承實現此功能則具有結構簡單的優點，因此被廣泛使用於土木抗震結構之用途，如此特性也可以應用在機械設計上，可以將低以往以撓性機構設計的體積。

當橡膠軸承受到壓縮應變時，其剪力模數會因此而改變，在不同形狀因子下，改變趨勢不同，如圖 2.15，形狀因子為 15 時，壓縮應變越高，剪力模數越高，形狀因子為 0.2 時，壓縮應變越高，剪力模數越低，形狀因子為 2 時，剪力模數不受壓縮應變影響。

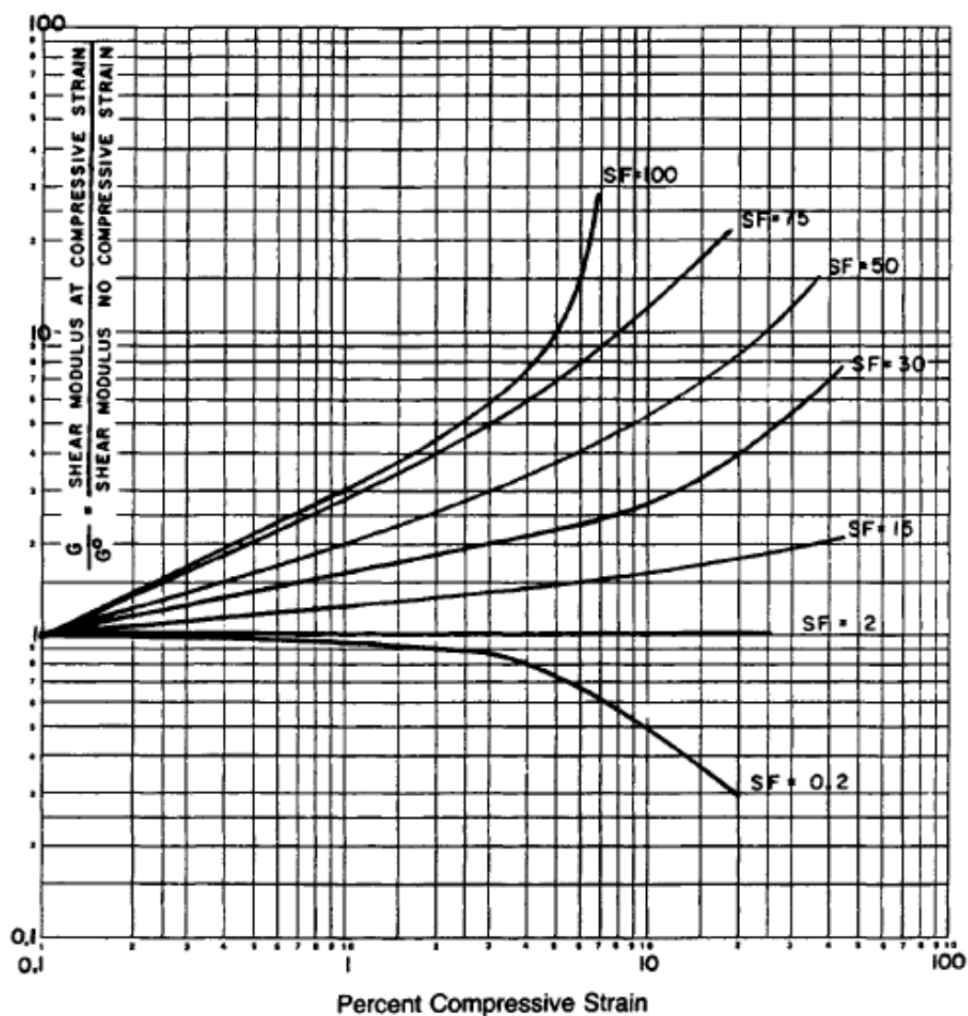


圖 2.15 壓縮應變與剪力模數關係圖[21]



### 2.3.2 橡膠軸承於精密機械上之應用

近年來，亦有學者引進橡膠軸承搭配精密機械設計，藉以取代傳統撓性為主之精密機械控制[28][29][30]，2005年MIT的Trumper教授研究團隊首次將橡膠軸承引進於精密機械工程，結合橡膠軸承與電磁制動控制之技術，設計出新型的FTS[28]。Kluk[11]針對雷射光學通信等結合磁性致動控制以及精密機械設計等應用，並引進橡膠軸承，成功取代傳統撓性機械構造，確立橡膠軸承在精密工程應用上之可行性。上述這些方面都於精密機械結構中加入橡膠軸承之應用，尺寸均較相同功能下之撓性機構為主之設計較小，因此相關應用均具有發展潛力。

Cuff[5]在2006年設計一新型橡膠軸承精密定位平台，以電磁致動器驅動平台，其平台剛性來自於四面橡膠軸承的剪力剛性，平台如圖2.16，Cuff採用加入黏彈力學剛性模型於平台模型中，以線性系統掃頻方法進行平台建模，以此模型設計積分式相位領先補償控制器，並實現控制系統，達到580Hz頻寬和100 $\mu\text{m}$ 。

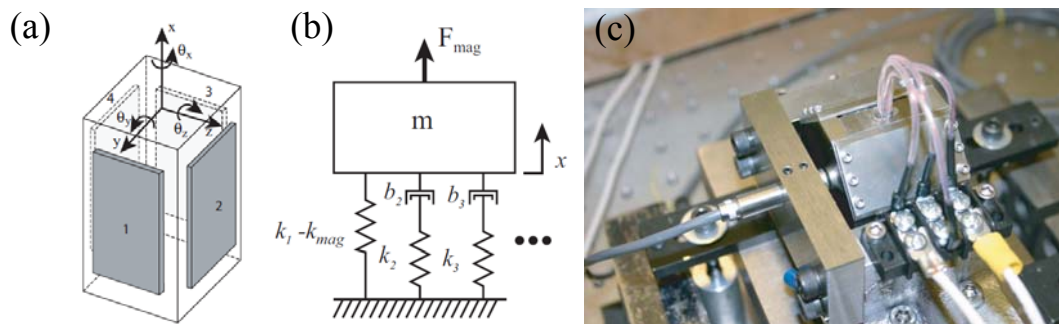


圖 2.16 (a)平台結構示意圖(b)平台模型 (c)平台實驗架設[5]

## 2.4 控制硬體介紹

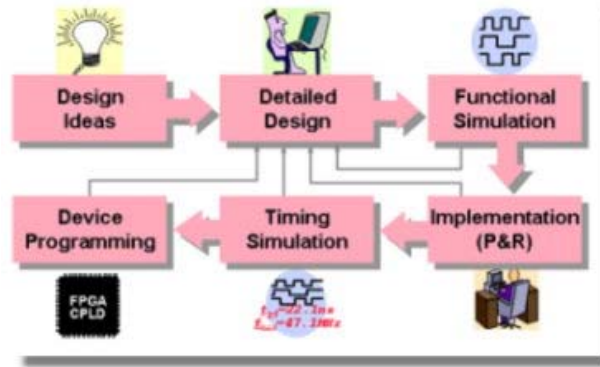
### 2.4.1 FPGA

FPGA(Field Programmable Gate Array)的全名是元件可程式邏輯閘陣列[31]，是一個可供使用者程式化的邏輯閘元件。近年來隨著 IC 製程的進步，進而使 FPGA 的容量及效能上有長足的進展。因此，越來越多的 IC 設計者利用此簡單且低成本的器具來驗證自行研發的設計，更有設計者直接以 FPGA 做為產品直接售出而不再使用 ASIC(Application-specific integrated circuit)，因而 FPGA 在 ASIC 的設計流程上幾乎都已納入成為標準規格。目前積體電路盛行，為了能輕易快速的開發產品雛形，使得 FPGA 逐漸取代一般生產驗證程序，成為非常方便的電路驗證工具，甚至可以用 FPGA 來作為小規模量產。FPGA 之應用範圍十分廣泛，舉凡電腦週邊設備、多媒體、ATM 數據通信網路、電視遊樂器及家庭電器方面皆屬 FPGA 之應用範圍。由於 FPGA 軟體套件已發展的相當完善，FPGA 進行電路設計，可從兩個方向著手了解：FPGA 發展工具軟體及 FPGA 內部架構。一個完整的 FPGA 晶片設計週期，應是從訂定產品系統規格開始，進行功能規劃、架構設計、邏輯設計、電路設計、實體設計後，經功能模擬、電路佈局繞線，乃至於時序模擬等。一旦過程中有錯誤結果產生，或設計結果如晶片面積或執行速度並不符合原訂之產品系統規格，將視需要隨時回到程式設計進行修改，如圖 2.17(a) 所示，程式撰寫



完成後，我們將最後的程式進行燒錄到 FPGA 晶片的動作，圖 2.17(b) 為撰寫最後程式燒錄至 FPGA 晶片的細部示意圖。

(a)



(b)

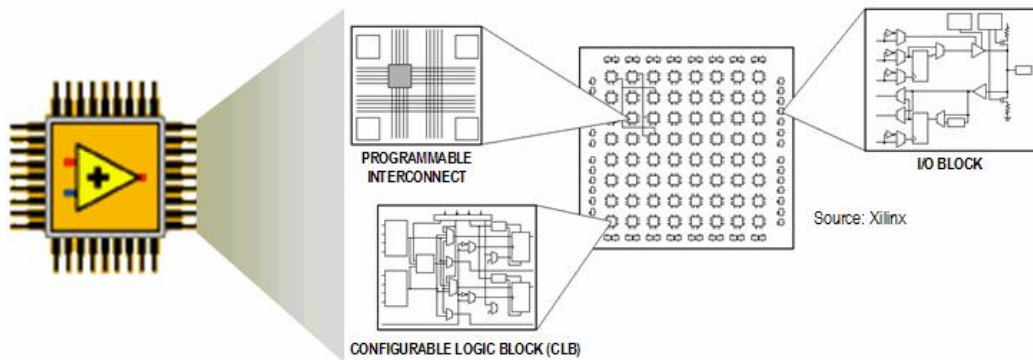


圖 2.17 (a)FPGA 設計流程燒錄至(b)FPGA 晶片的示意圖[31]

## 2.4.2 嵌入式控制器(CompactRIO)

嵌入式系統是一種電腦軟體與硬體的綜合，並且特別強調量身定做的原則，也就是基於某一種特殊用途，我們就會針對這項用途開發出截然不同的一項系統出來，也就是所謂的客制化。NI CompactRIO 可程式化自動控制器(Programmable Automation Controller, PAC)[32]，為進階的嵌入式控制與擷取系統，適用於高效能與可靠度的應用。透過開放式的系統、嵌入式的架構、精緻小巧的體積、極高的彈性與堅固性，可讓工程

師使用現成硬體，快速建立定制化的嵌入式系統，如圖 2.18 所示。

CompactRIO 系統包含小型的可重設機箱、即時控制器，與熱插拔的工業級 I/O 模組。I/O 模組內建可設定的訊號處理、隔離，與 I/O 接頭，可直接連至感測器和致動器。藉由嵌入式機箱背板的可重設 FPGA 晶片，資料可透過內建的 PCI 匯流排傳輸至即時控制器。CompactRIO 即時控制器，具有高效能的浮點處理器，可執行嵌入式 LabVIEW Real-Time 應用，適用於閉迴路控制、擷取、訊號處理、資料記錄，與溝通功能，如圖 2.19 所示。

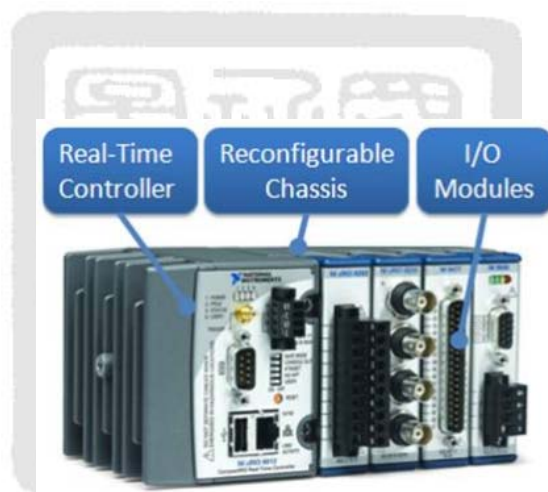


圖 2.18 NI CompactRIO[32]

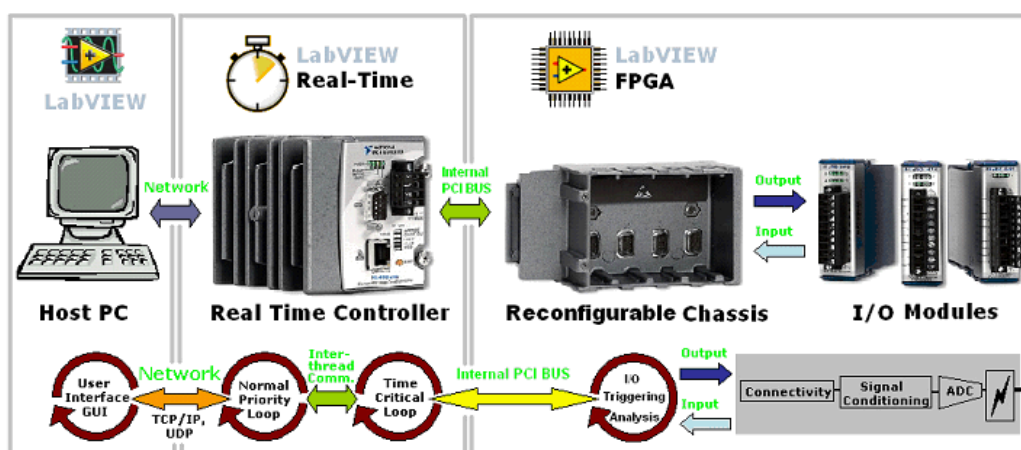


圖 2.19 CompacRIO 開發環境[32]

Driven, Inc. 使用 LabVIEW Real-Time 與 CompactRIO，建立完整無限、FPGA 架構的引擎控制系統，適用於高效能的機車引擎[38]。透過 3 種客製模組與 CompactRIO，可仔細控制重要的機車感測器與致動器。這些感測器提供訊號與事件，如進氣壓力與溫度、水箱溫度，與節流閥位置。



## 2.5 控制法則介紹及相關應用

除了定位系統的整合之外，要使定位系統確實地依據命令來運作，控制器的設計也是另一項研究重點。控制器的種類與設計方式有相當多種，PID 控制器是目前工業界最常使用的控制器。此種控制理論所設計的控制器，對於線性系統來說相當適合，但是受控系統具有非線性的特性時，使用 PID 迴授控制往往無法得到良好的系統性能。欲控制非線性系統有著一定的難度，但也非完全無法達成。參考前人所做的研究不難發現，有需多控制法則是針對非線性系統而發展出來。例如：滑動模態控制、模糊控制、適應控制等。Xu 與 Li 於 2009 年利用 GSMC(Global Sliding mode control)控制方法應用在改善 PZT 的遲滯行為，GSMC 控制器的優點在於不須知道壓電的遲滯模型就能消除 PZT 的非線性現象，並且降低定位誤差。從模擬結果來看，如圖 2.20、2.21 所示[33]，頻率較高的時候，GSMC 的峰值誤差變化率較小，並且步階響應也具較少的超越量。

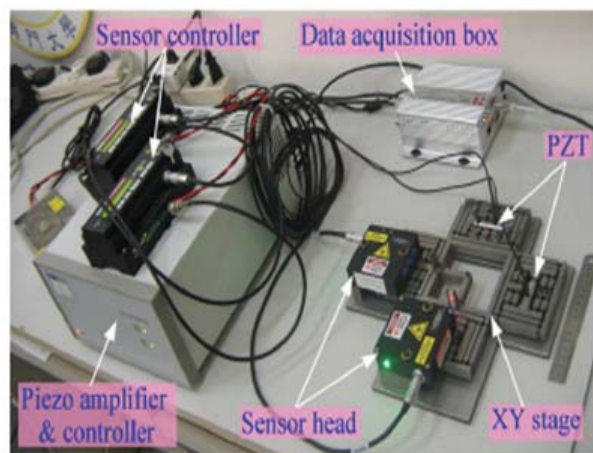


圖 2.20 Xu 與 Li 之實驗架構圖[27]

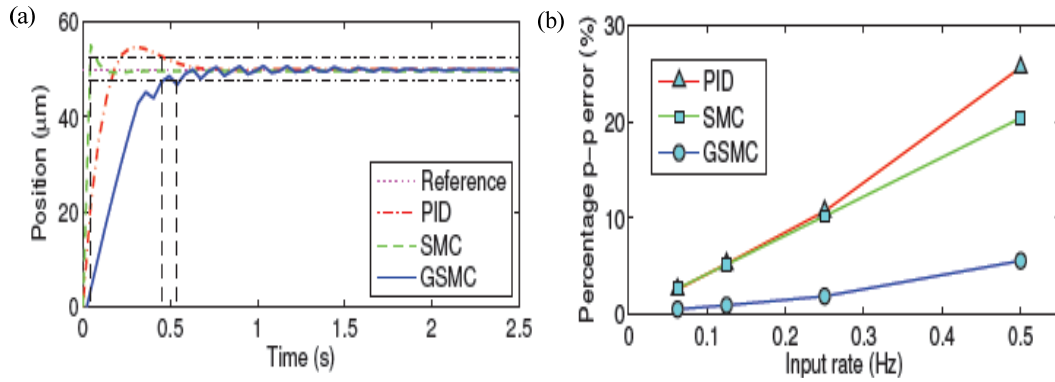


圖 2.21 模擬結果(a)三種不同控制器之步階響應 (b)不同頻率輸入與峰值誤差關係[33]

Li 等人[34]設計適應性 SMCPE-PID (SMCPE With PID Sliding Surface and Adaptive Gains)控制器，控制雙軸壓電驅動撓性定位平台，達到定位精度 29nm。Xue 等人[35]設計 ICSMC 控制器，控制一壓電驅動撓性定位系統，能夠有效補償壓電致動器遲滯效應，達到精密定位的效果，如圖 2.22。

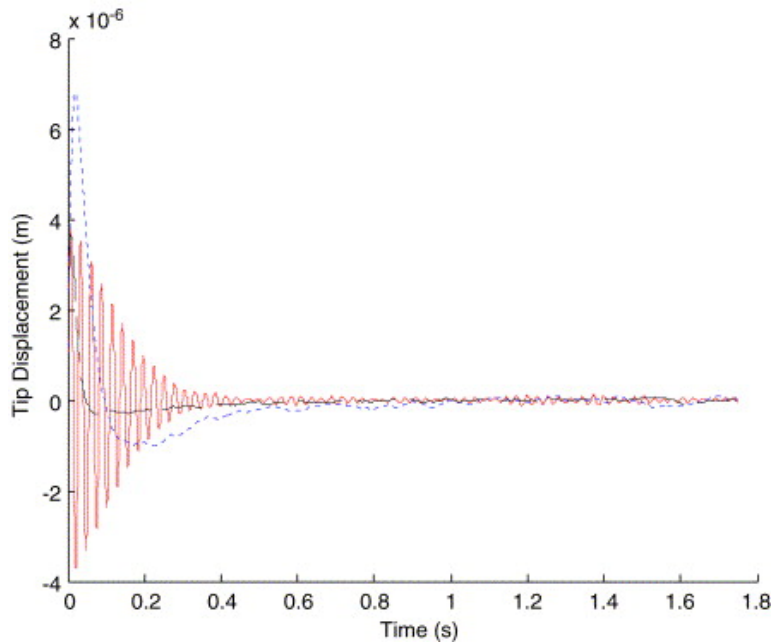


圖 2.22 自然振動響應圖(開迴路、IVSC、ICSMC) [35]

## 2.6 相關文獻總結與討論

許多研究以撓性機構設計定位平台，但基於撓性機構的非等向剛性設計導致體積龐大，故以橡膠軸承取代撓性機構能夠解決此問題，Cuff 以橡膠軸承取代撓性機構設計一新型精密定位平台，雖然採用黏彈模型於平台建模中，但掃頻方法為線性系統的建模實驗方法，由於橡膠軸承系統為非線性時變系統，掃頻實驗為針對系統在各頻率響應下的穩態狀況觀察，無法有效描述橡膠軸承的剛性變化，故其所建立之模型無法表達出系統的黏彈特性，進而無法提供控制器設計好的參考模型。對於此問題，本研究團隊在過去有橡膠材料之相關研究，林佩君[8]設計一雙軸式材料測試能對於橡膠材料的機械性質進行檢測，洪榮燦[9]對於橡膠軸承進行應力與失效分析，藉由以上之成果能夠有效了解橡膠軸承的黏彈特性。由以上研究成果，可以針對橡膠軸承的黏彈特性進行建模，我們認為可以進一步以改善 Cuff 系統的建模問題，建立更完整的橡膠軸承模型，以此建立更適合的控制系統，發展出性能更佳的橡膠軸承定位平台。橡膠軸承為非線性時變系統，在文獻中 SMC 控制被用於補償壓電致動器磁滯非線性現象，故 SMC 控制器可能有壓制橡膠軸承剛性變化之強健性。

## 2.7 本章結論

於本章中，首先介紹了用來撓性機構，及相關撓性定位平台的文獻。再來介紹橡膠材料的基本性質及黏彈特性，並針對橡膠軸承做基本的力學分析介紹，了解撓性機構和橡膠軸承之間的優缺點，橡膠軸承的模型較為複雜，控制器設計較具挑戰性。故我們也在此介紹應用於平台控制的控制法則。

接下來在第三章中，將針對本研究之平台設計概念作介紹，並基於第二章中介紹的橡膠軸承基本機械性質，進行力學分析、橡膠軸承規格設計，推導含黏彈模型的平台動態模型。



## 第三章 橡膠軸承定位平台之設計與分析

### 3.1 本章介紹

在本章中，首先介紹平台的定位概念設計，接下來針對橡膠軸承進協力學分析，以此設計平台及橡膠軸承規格，並以黏彈模型推導平台動態模型。

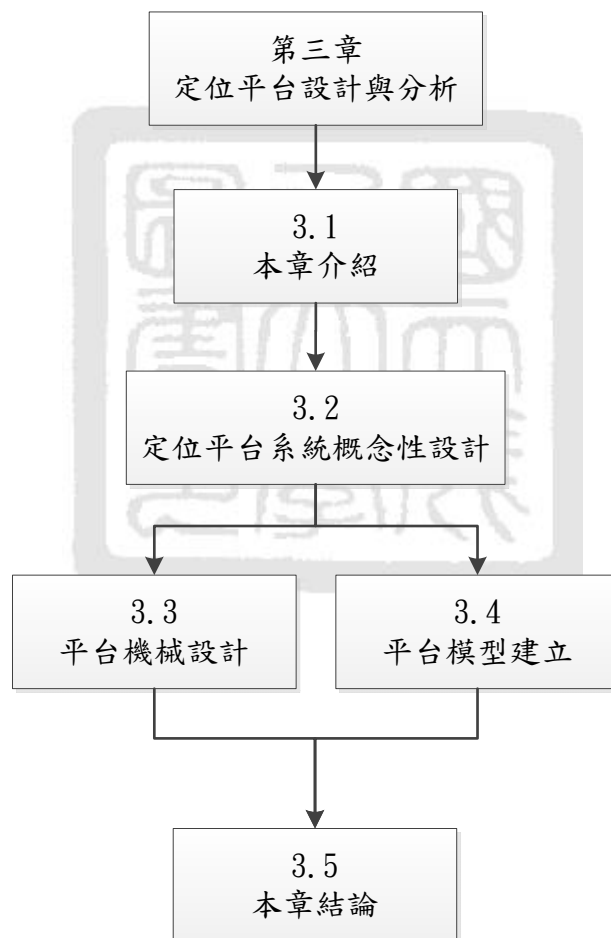


圖 3.1 本章架構圖



## 3.2 橡膠軸承定位平台設計

本論文之定位平台設計流程首先依所需要達成之目的，進行初步了解並定義設計目標，接著將設計概念具體化，然後進入實體平台設計部分。設計出實體平台後，將對實體平台做理論分析，分析平台的靜態剛性來設計橡膠軸承規格，最後以黏彈力學與振動力學分析平台動態模型提供控制系統設計。

### 3.2.1 定義設計目標

我們以精密量測應用為考量，定義出設計目標。定位平台的行程長度有助於增加檢測速度和抑振的效果，也希望能快速到達我們的目標位置，因此頻寬越高越好。並且在機台快速移動時，平台具有一定的負載能力，並且希望平台尺寸微小化，可以有效節省空間。根據上述的需求，以王維志[6]所發展的撓性定位平台為參考目標，欲以橡膠軸承發展性能與撓性定位平台相當，但尺寸較小的橡膠軸承定位平台，我們定義設計規格如下：

- I. 大行程( $> 100 \mu\text{m}$ )
- II. 高頻寬( $> 30 \text{ Hz}$ )
- III. 高精度( $< 50 \text{ nm}$ )
- IV. 小尺寸( $< 130 \times 40 \times 15 \text{ mm}$ )

根據設計目標，接著將設計構想具體化，針對各個子系統分別進行元件評估及選用。

### 3.2.2 橡膠軸承平台概念性設計

本論文以橡膠軸承為結構主體設計單軸定位平台如圖3.2，以一個鋁立方體為平台在其四面貼上橡膠形成橡膠軸承結構，由致動器給予平台力量(即z軸方向)造成四片橡膠的剪力變形使平台移動達到單軸定位目標，固定端的兩軸由橡膠剪力剛性與壓縮剛性組成來達到無側向偏移設計目標，詳細設計內容將於3.4.1節中說明。

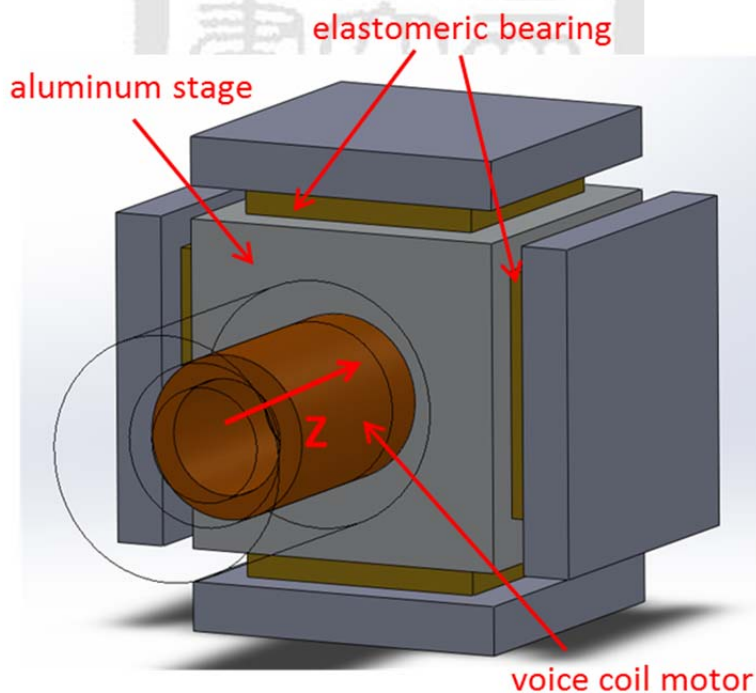


圖 3.2 橡膠軸承定位平台示意圖

### 3.2.3 系統整體概念設計

本論文欲發展單軸精密定位系統，系統整體如圖3.3，由定位平台、致動器、位移感測器、控制器所組成，我們並非以傳統的撓性結構設計定位平台，而是以橡膠軸承作為剛性來源設計定位平台，藉由感測器回饋位移訊號，搭配所設計的控制系統，達到精密定位的目標。

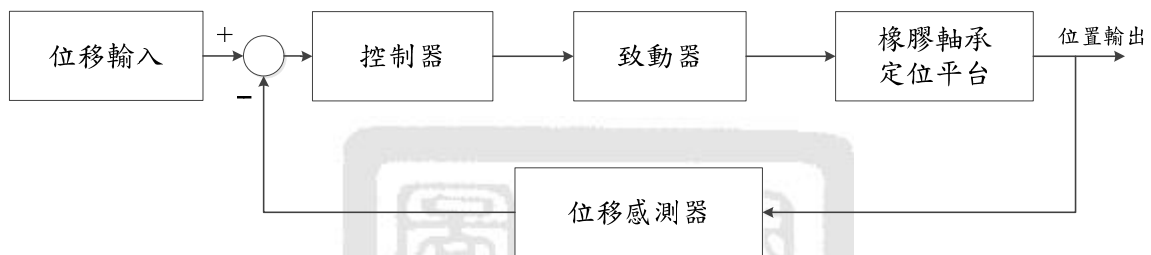


圖 3.3 定位系統方塊圖

### 3.3 橡膠軸承平台機械設計

橡膠為黏彈材料，無法單以材料力學設計橡膠軸承規格和分析模型，我們首先以依據材料靜態剛性分析來設計橡膠軸承規格，以黏彈力學分析動態剛性來建立平台模型。

#### 3.3.1 靜態剛性分析

橡膠軸承的機械特性不同於一般彈性材料，其剛性與橡膠尺寸、形狀、夾持條件以及負載方式息息相關，一般而言，在壓縮狀況下，我們定義一壓縮模數(Compression Modulus,  $E_c$ ) 代表其在不同設計下之剛性， $E_c$  可表示為[24]

$$E_c = E_0(1 + 2\phi_c S^2) \quad (3.1)$$

其中 $\phi$ 是材料壓縮係數(Material Compressibility Coefficient)， $S$ 是形狀因子(Shape Factor)，在此設計中被定義為：

$$S = \frac{lb}{2t(l+b)} \quad (3.2)$$

由式(3.1)(3.2)可以將橡膠軸承等效壓縮剛性定義為：

$$K_c = \frac{E_c lb}{t} \quad (3.3)$$

在剪力狀況下，橡膠材料的剪力模數(Shear Modulus,  $G$ )不受形狀因子影響以材料力學公式可以計算出 $G$ ，進而可以計算剪力剛性：

$$K_s = \frac{Glb}{t} \quad (3.4)$$

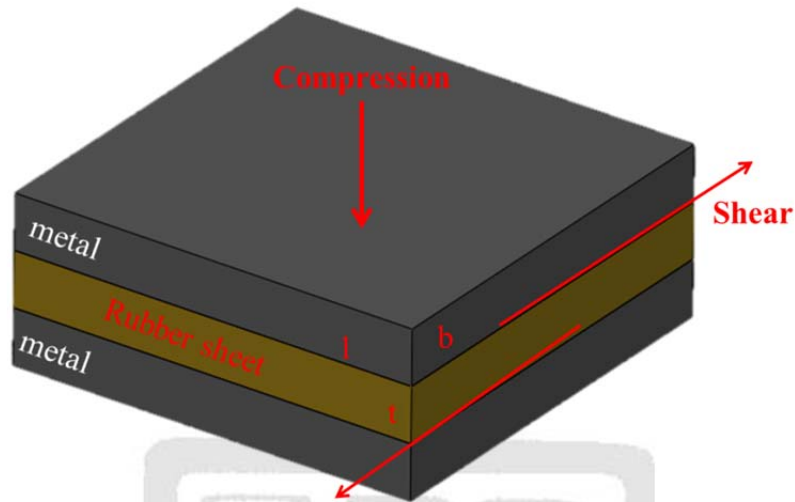


圖 3.4 橡膠軸承示意圖

平台由四片橡膠軸承所組成，如圖3.5(d)所表示的平台定位行為，平台定位軸(z軸)剛性由橡膠軸承的四個剪力剛性所組成：

$$K_z = 4K_s$$

平台固定軸(x、y軸)剛性由橡膠軸承的兩個剪力剛性和兩個壓縮剛性所組成：

$$K_x = 2K_c + 2K_s$$

$$K_y = 2K_c + 2K_s$$

為符合單軸定位系統的設計，定位軸剛性必須小於固定軸剛性十倍以上 ( $K_x, K_y > 10K_z$ )，以確保系統固定軸的拘束。

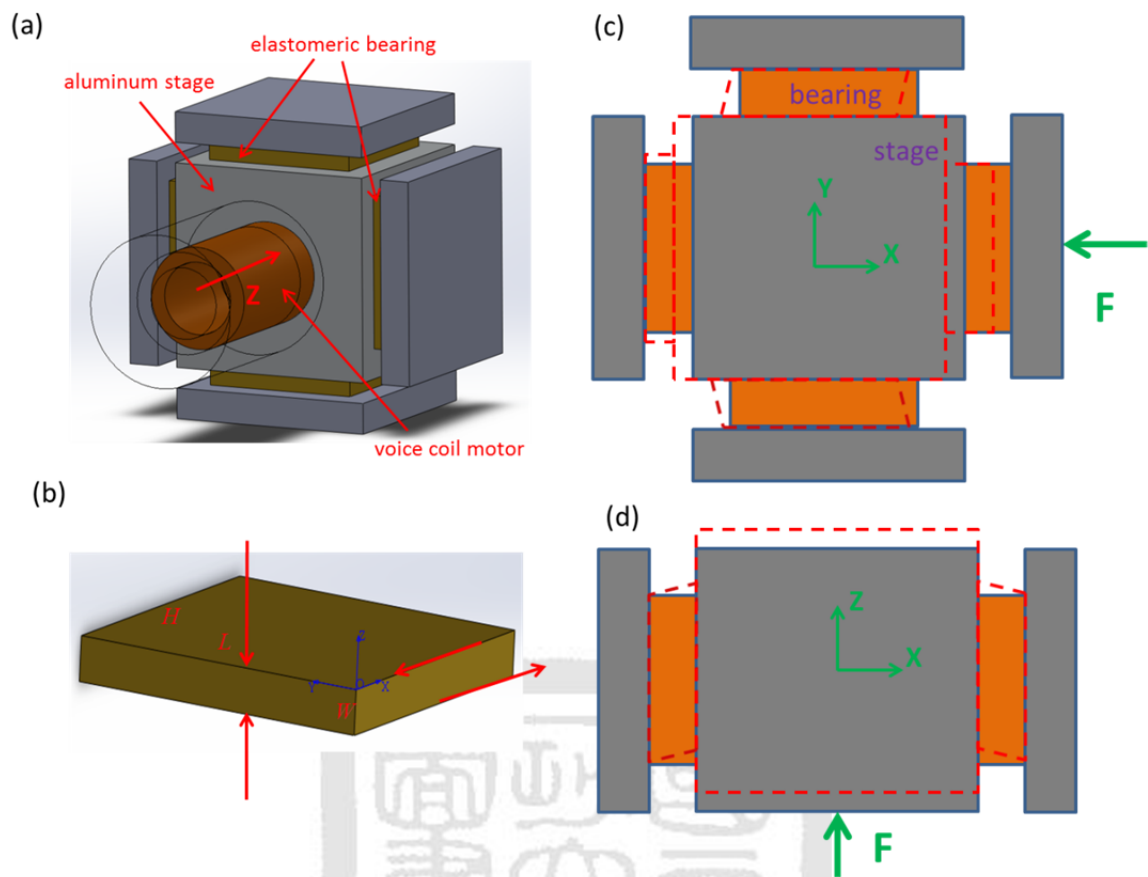


圖 3.5 (a) 平台概念設計圖 (b) 橡膠軸承示意圖(c) 平台位移示意圖(俯視圖) (d) 平台位移示意圖(側視圖)

### 3.3.2 規格設計

由3.3.1中，我們已推導出平台的三軸剛性，並提出一設計條件( $K_x, K_y > 10K_z$ )，除此之外，必須考量剛性，剛性越低行程越大，剛性同時會影響平台自然頻率，平台自然頻率會影響定位系統的頻寬，剛性越高自然頻率越高，在斟酌剛性和自然頻率的情況下，我們將橡膠軸承尺寸設計為 $15 \times 15 \times 1.5$  mm，鋁平台尺寸為 $30 \times 30 \times 30$  mm，整體平台尺寸為 $30 \times 33 \times 33$  mm，x軸、y軸和z軸剛性分別為 $4.10$ 、 $4.10$ 、 $0.36$  N/ $\mu$ m，平台x軸、y軸和z軸自然頻率為 $864$ 、 $864$ 、 $256$  Hz。

表 3.1 橡膠軸承平台規格

鋁平台尺寸	30×30×30 mm
橡膠軸承尺寸	15×15×1.5 mm
平台剛性(定位軸，z軸)	0.36 N/ $\mu$ m
平台剛性(固定軸，x、y軸)	4.10 N/ $\mu$ m
平台自然頻率(定位軸，z軸)	256 Hz
平台自然頻率(固定軸，x、y軸)	864Hz



### 3.4 平台動態模型建立

橡膠為黏彈材料，在平台動態模型中，我們以黏彈力學模型描述橡膠軸承的剛性變化，圖 3.6(b)中的黏彈力學模型描述剛性以此加入傳統的振動力學模型中如圖 3.6(a)，我們首先推導剛性部分的轉移函數，剛性主要分為三部分，分別為一項穩態常數項剛性與兩項暫態衰減項剛性，以下將分別推導其數學模型組成平台黏彈剛性模型。

第一部分為與時間無關之線性彈性的部分，與一般線性彈性剛性模型相同，可由一個彈簧  $k_1$  代表之，以下推導表示其力量和位移關係

$$F_1 = k_1 x_1$$

Laplace 轉換為

$$\frac{F_1(s)}{X_1(s)} = k_1 \quad (3.5)$$

第二部分和第三部分則係與材料之黏彈特性有關，可由一個阻尼和一個彈簧串聯所組成之模型近似，以下為推導表示其力量和位移關係。首先在阻尼部分，我們假設系統為一線性阻尼，即

$$F_{i,c} = c_i \dot{x}_{i,c} \quad (3.6a)$$

其 Laplace 轉換為



$$F_{i,c}(s) = c_i s X_{i,c}(s) \quad (3.6b)$$

而彈簧部分，仍假設一線性彈簧模型

$$F_{i,k} = k_i x_{i,k}$$

Laplace 轉換為：

$$F_{i,k}(s) = k_i X_{i,k}(s) \quad (3.7)$$

接下來由式(3.6)和(3.7)，我們可以推導施力與位移之關係，利用轉移函數的概念，我們可獲得

$$X_i(s) = X_{i,c}(s) + X_{i,k}(s) = F_i(s) \left( \frac{1}{c_i s} + \frac{1}{k_i} \right)$$

$$\frac{F_i(s)}{X_i(s)} = \frac{c_i k_i s}{c_i s + k_i} \quad (3.8)$$

將三部分式(3.5)和(3.8)組合成為黏彈力學下的剛性模型如下

$$\frac{F_k(s)}{X_k(s)} = \frac{F_1(s) + F_2(s) + F_3(s)}{X(s)} = k_1 + \frac{c_2 k_2 s}{c_2 s + k_2} + \frac{c_3 k_3 s}{c_3 s + k_3} \quad (3.9)$$

我們可以將黏彈力學剛性模型定義為

$$K(s) = \frac{\alpha s^2 + \beta s + k_1 k_2 k_3}{c_2 c_3 s^2 + (k_2 c_3 + c_2 k_3) s + k_2 k_3} \quad (3.10)$$

其中

$$\alpha = k_1 c_2 c_3 + k_2 c_2 c_3 + c_2 c_3 k_3$$

$$\gamma = k_1 k_2 c_3 + k_1 c_2 k_3 + c_2 k_2 k_3 + k_2 k_3 c_3$$

平台動態模型整體由傳統振動力學模型修正而成，如圖 3.6(a)，以黏彈力學剛性模型取代傳統常數項的剛性，故我們可推導出此平台轉移函數為

$$G_{stage}(s) = \frac{F_{stage}(s)}{X_{stage}(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K(s)} \quad (3.11)$$

，代入  $K(s)$ ，可得到完整的平台轉移函數：

$$G_{stage}(s) = \frac{1}{Mc_2c_3s^4 + (Cc_2c_3 + Mk_2c_3 + Mc_2k_3)s^3 + (Ck_2c_3 + Mc_2k_3 + Mk_2k_3 + \alpha)s^2 + (Ck_2k_3 + \gamma)s + k_1k_2k_3} \quad (3.12)$$

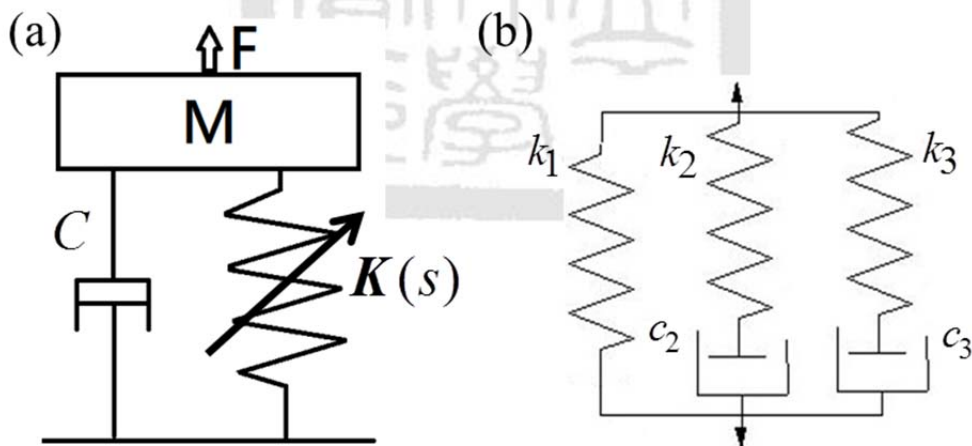


圖 3.6 (a)平台振動力學模型(b)黏彈力學剛性模型  $K(s)$

### 3.5 本章結論

在本章中，以橡膠軸承進行定位平台概念設計，以力學分析，設計出平台及橡膠軸承規格，並以黏彈模型推導平台動態模型。將以上設計，在第四章中實現於實驗系統中，並針對平台系統進行動態測試，以黏彈特性分析動態測試數據，找出相對應平台動態模型參數。



## 第四章 系統實現與動態測試

### 4.1 本章介紹

我們在第三章中已設計出橡膠軸承平台規格，在本章中，將設計完整定位系統架構並實現，所使用的儀器設備規格都也將詳細介紹，對系統進行動態測試與建模，以弦波頻率響應了解致動器頻寬並建模，以應力鬆弛實驗了解橡膠軸承平台的剛性變化，由實驗數據以黏彈模型進行平台剛性建模，以開迴路步階響應實驗搭配 Simulink 模擬獲得平台阻尼係數，將以上結果帶入第三章所推導的平台動態模型。

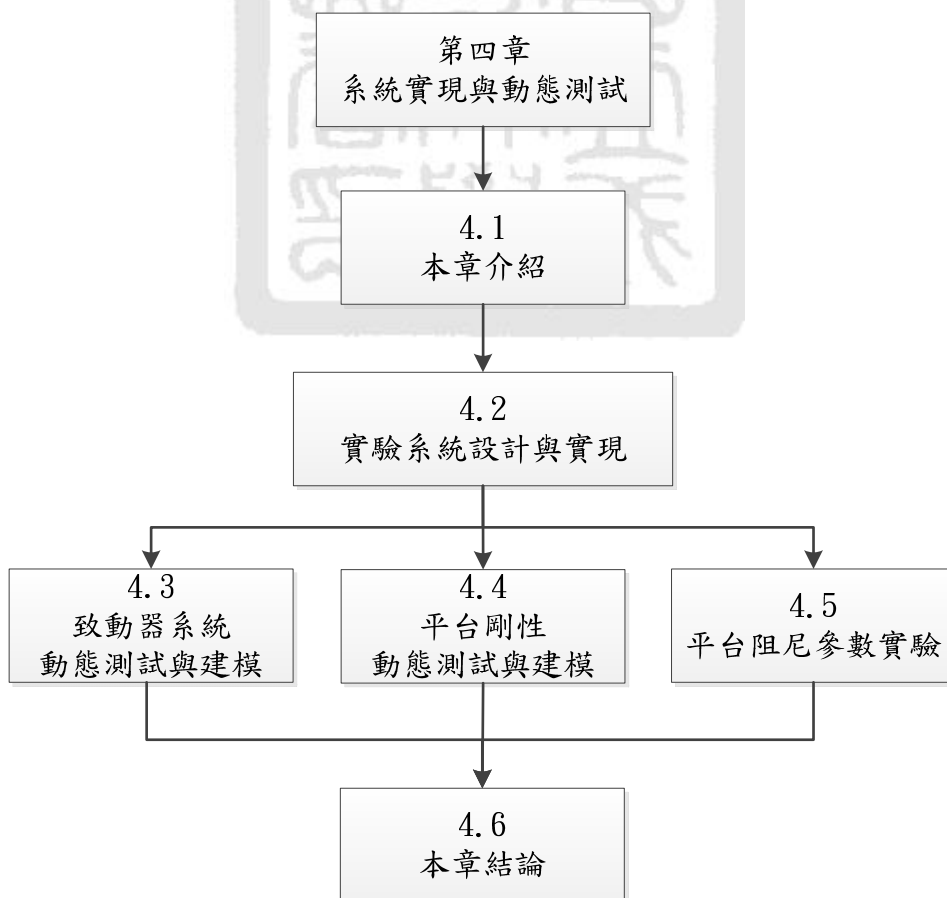


圖 4.1 本章架構圖

## 4.2 實驗系統設計與實現

整體定位系統實驗架構如圖4.2，電腦給予控制器參考輸入，電容式位移感測器量測平台位移，經由訊號放大器放大訊號傳送給CompactRIO FPGA控制器，控制器計算後送出訊號給致動器功率放大器，給予音圈馬達電流輸入，音圈馬達出力推動橡膠軸承定位平台，形成閉迴路控制系統。

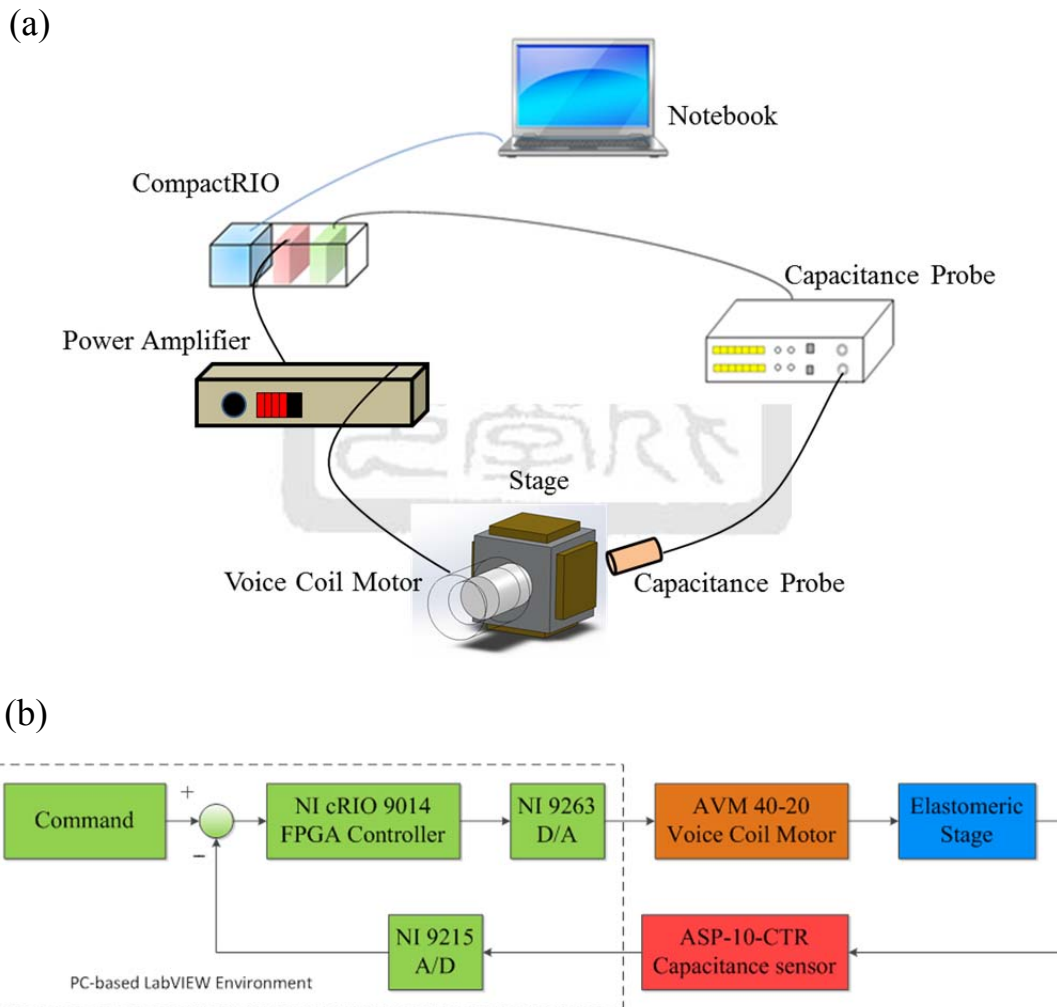


圖 4.2 (a)實驗系統示意圖(b)平台控制方塊圖

### 4.2.1 實驗系統設計與架設

我們的實驗架設如圖4.3和4.4所示，以平台為主體，設計致動器與位移感測器的位置，為了讓音圈馬達的出力能夠有足夠的剛性支撐，選擇平台移動方向為由下往上(z軸)，音圈馬達在平台下方，音圈馬達的線圈端與平台連接，永久磁鐵端在連接下方的力規。在平台的固定軸(x、y軸)，由於橡膠軸承壓縮預力會影響軸承剪力剛性，故我們設計在平台的四面有預力機構夾持平台給予橡膠軸承壓縮預壓，並且裝設力規量測預力，藉此觀察軸承壓縮預力和剪力剛性之間的關係。實驗實際架設如圖4.5，詳細的實驗設備在4.2.2中介紹。

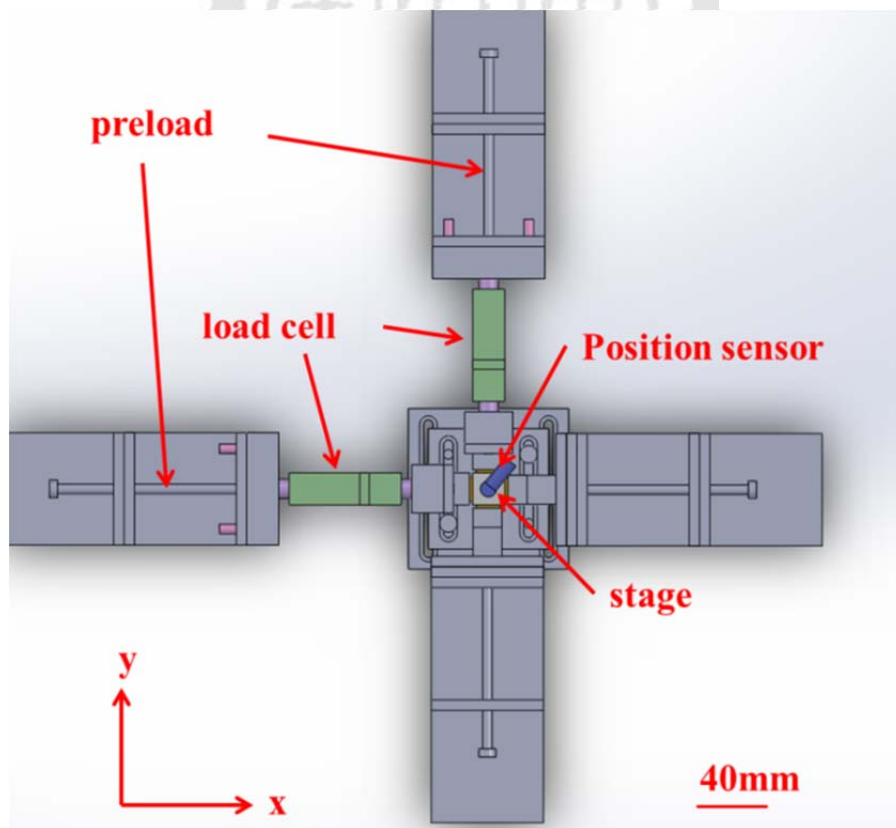


圖 4.3 實驗架構設計俯視圖

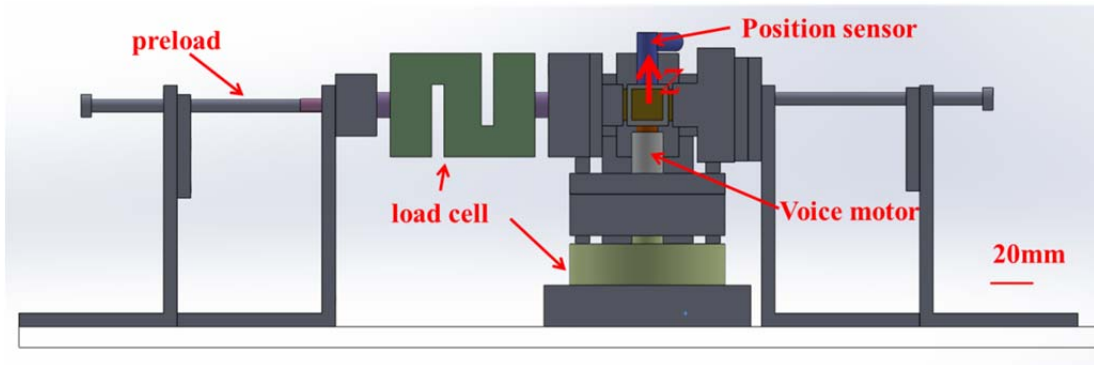
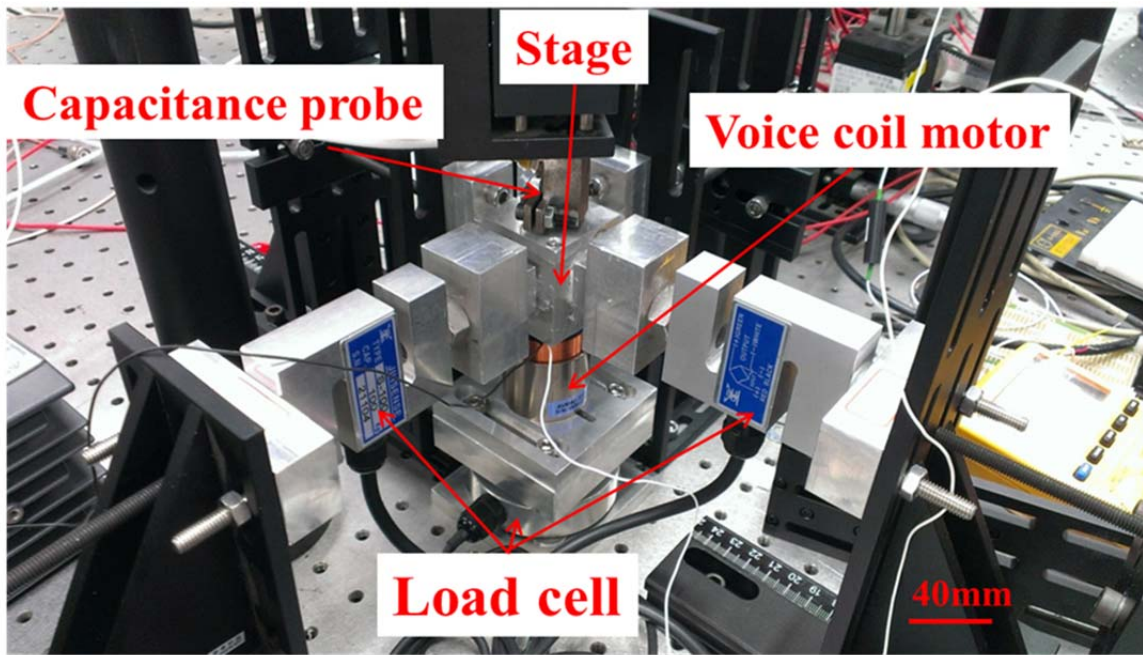


圖 4.4 實驗架構設計側視圖

(a)



(b)

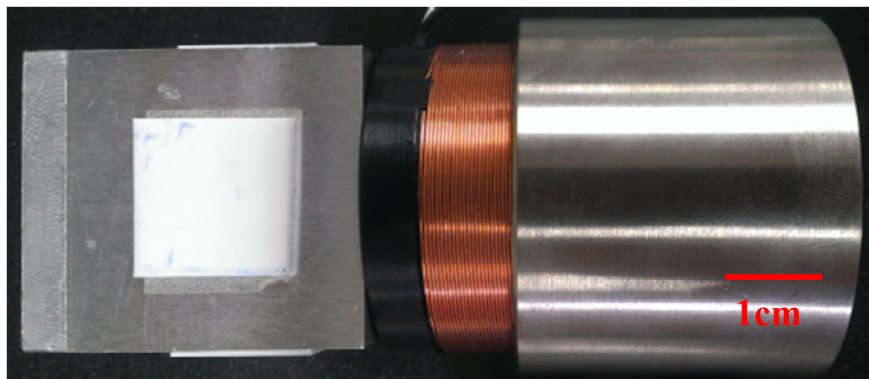


圖 4.5 實驗架構實體(a)平台系統整體 (b)平台主體



## 4.2.2 實驗設備介紹

本實驗所使用的設備分別如下：

1. 音圈馬達：Akribis Systems AVM 40-20，規格詳見表4.1
2. 音圈馬達功率放大器：Labworks PA-138，功率500W
3. 電容式位移感測器：Mti ASP-10-CTR，規格詳見表4.2
4. 電容式位移訊號放大器：Mti As-9000
5. 嵌入式及時控制器：NI cRIO 9014
6. 類比輸入模組卡：NI 9215，四通道，16Bit，取樣頻率100kHz
7. 類比輸出模組卡：NI 9263，四通道，16Bit，取樣頻率100kHz
8. LabVIEW 圖控程式：LabVIEW 2010
9. 力規(預力)：煜昕S-100，100kg/10V
10. 力規(音圈馬達)：煜昕LM-10，10kg/10V
11. 力規訊號放大器：煜昕JS100

表 4.1 音圈馬達規格

<b>Model</b>	<b>AVM 40-20</b>
<b>Force sensitivity</b>	<b>12.9 N/A</b>
<b>Peak force</b>	<b>58.1 N</b>
<b>Resistance</b>	<b>11.0 ohms</b>
<b>Inductance</b>	<b>6.22 mH</b>
<b>Coil assembly mass</b>	<b>63.3 g</b>
<b>Core assembly mass</b>	<b>205.0 g</b>



表 4.2 電容式位移感測器規格

<b>Model</b>	<b>ASP-10-CTR</b>
<b>Range</b>	<b>254<math>\mu</math>m</b>
<b>Resolution</b>	<b>0.00167%(4.2nm)</b>
<b>Accuracy</b>	<b>0.02%(50.8nm)</b>
<b>Gain</b>	<b>25.4<math>\mu</math>m/V</b>



圖 4.6 實驗設備(a)電容式位移感測器(b) 電容式位移訊號放大器  
(c) 嵌入式及時控制器(d) 力規(e) 力規訊號放大器

### 4.3 致動器系統動態測試與建模

在本定位系統中，選用音圈馬達為致動器，致動器系統包含音圈馬達和功率放大器，為了解致動器系統頻寬是否符合本研究使用及建立致動器系統模型，建置一實驗架設，如圖 4.7，將音圈馬達下方裝置一壓電式力規(型號 208B01)，力規規格如表 4.3，音圈馬達上方頂住夾具，以弦波測試方式，給予系統不同頻率弦波輸入，分別記錄輸入電壓、功率放大器輸出電流和音圈馬達出力，建立致動器系統的波德圖。

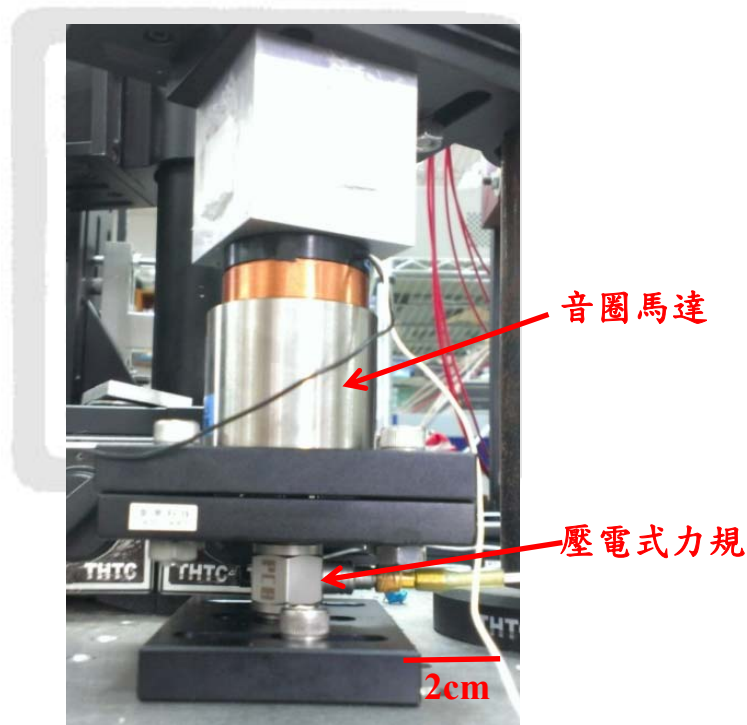


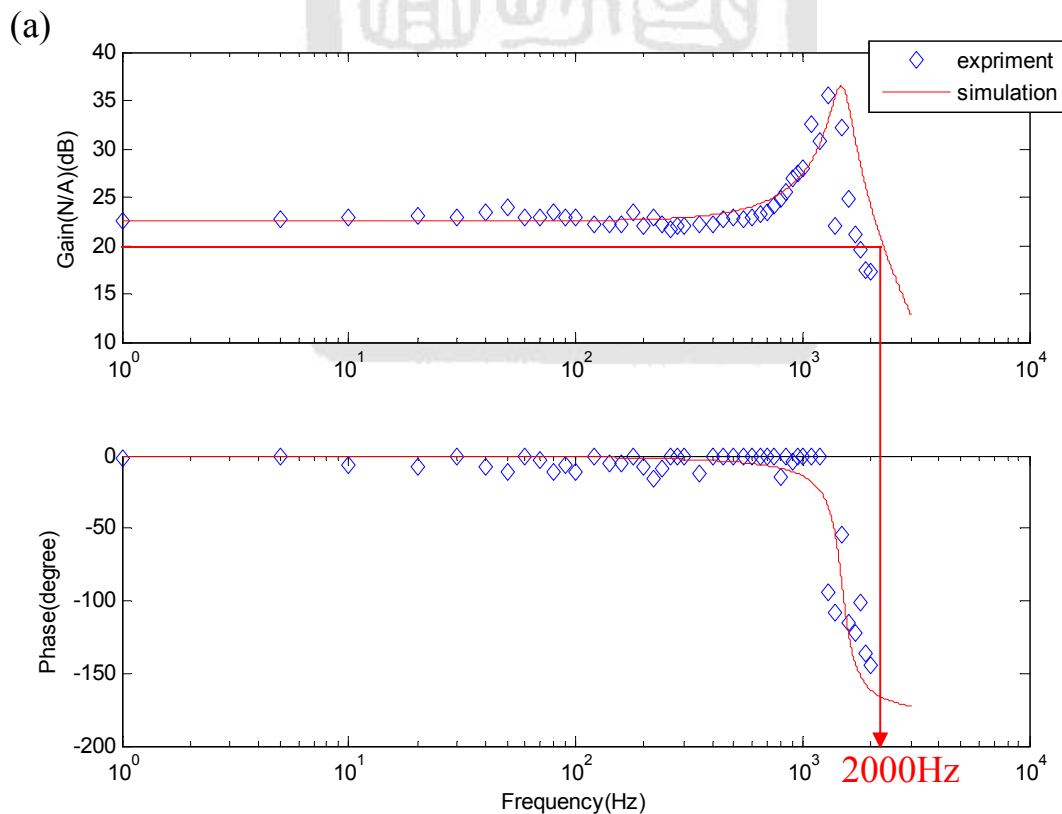
圖 4.7 致動器系統測試實驗架設

音圈馬達測試實驗結果如圖 4.7(a)，我們以-3dB 為基準判斷可以知道頻寬約為 2000Hz，功率放大器測試實驗結果如圖 4.7(b) 我們以一階系統模擬可以知道頻寬約為 220Hz，功率放大器模型可表示為式(4.1a)：

$$G_{amp} = K_a \frac{1382.3}{s+1382.3} \quad (4.1a)$$

其中  $K_a$  為功率放大器功率放大常數，綜合音圈馬達和功率放大器測試實驗結果，即輸入電壓和音圈馬達出力之間關係的波德圖，如圖 4.7(c)，由實驗結果可以看出音圈馬達頻寬已遠超出我系統的操作需求，所以我們將音圈馬達模型視為一常數項  $K_v$ ，以功率放大器動態模型作為整體致動器系統動態模型，故致動器系統模型可表示為

$$G_{actuator} = K_v G_{amp} = K_v K_a \frac{1382.3}{s+1382.3} \quad (4.1b)$$



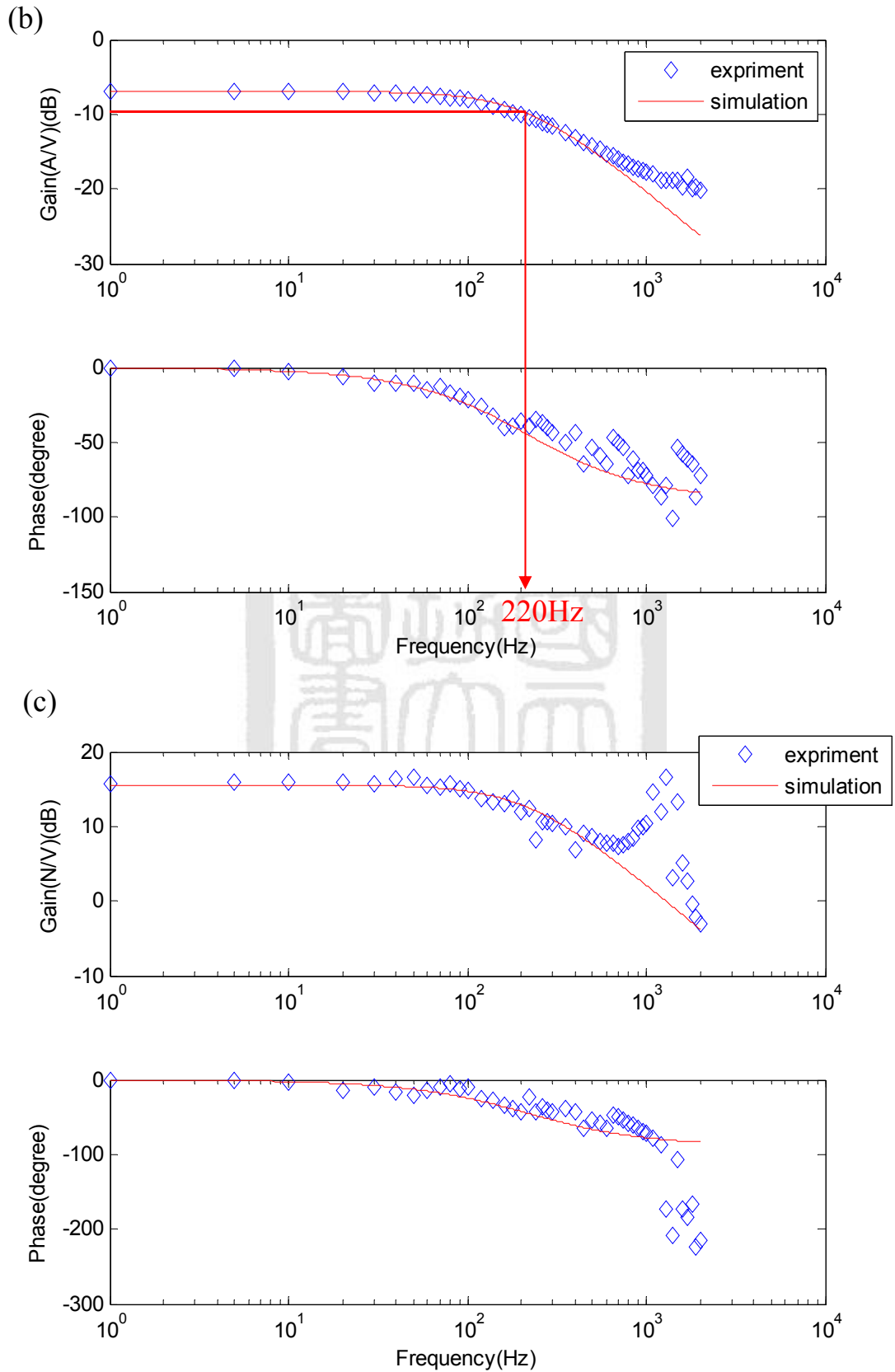


圖 4.8 致動器系統波德圖(a)音圈馬達(b)功率放大器(c)整體致動器系統

## 4.4 平台剛性動態測試與建模

黏彈材料會有應力鬆弛的現象，在固定的變形量下，材料所承受的力量隨時間下降，代表其剛性會隨著操作時間而改變，為有效了解應力鬆弛現象並且以此現象建立黏彈力學剛性模型，在我們所建立的實驗系統中，控制平台到一固定位移量，由力規觀察音圈馬達的力量輸出，可以獲得一組時間對力量的數據，由式(4.2a)的平台黏彈剛性轉移函數  $K(s)$ ，使輸入  $X_k(s)$  為步階位移函數乘上位移量  $A$  如式(4.2b)，帶入式(4.2a)，經由 Laplace 逆轉換，可以得到一個力量時間函數式如式(4.3)，推導如下：

$$F_k(s) = \left( k_1 + \frac{c_2 k_2 s}{c_2 s + k_2} + \frac{c_3 k_3 s}{c_3 s + k_3} \right) X_k(s), \quad (4.2a)$$

其中

$$X_k(s) = \frac{A}{s}, \quad (4.2b)$$

其中  $A$  為位移量，將式(4.2b)代入式(4.2a)

$$F_k(s) = A \frac{k_1}{s} + A \frac{c_2 k_2}{c_2 s + k_2} + A \frac{c_3 k_3}{c_3 s + k_3}, \quad (4.2c)$$

Laplace 逆轉換

$$F_k(t) = Ak_1 + Ak_2 e^{\frac{-t}{\tau_1}} + Ak_3 e^{\frac{-t}{\tau_2}}, \quad (4.3)$$

其中

$$\tau_1 = \frac{k_2}{c_2}, \quad \tau_2 = \frac{k_3}{c_3},$$

其中  $k_1$  為穩態剛性， $k_2$  和  $k_3$  為隨時間遞減的剛性， $k_2$  和  $k_3$  越大表示剛性變化量越大， $\tau_1$  和  $\tau_2$  為遞減時間常數，越小代表剛性變化的速度越快。

實驗結果如圖 4.9，由曲線擬合找出式(4.3)的未知數，我們得到式(4.4)，

由此對應式(4.3)轉換回原本黏彈力學剛性模型參數，參數如表 4.3，

$$F_k(t) = 9.82 + 1.61e^{\frac{-t}{0.008}} + 1.12e^{\frac{-t}{2.3}} \quad (4.4)$$

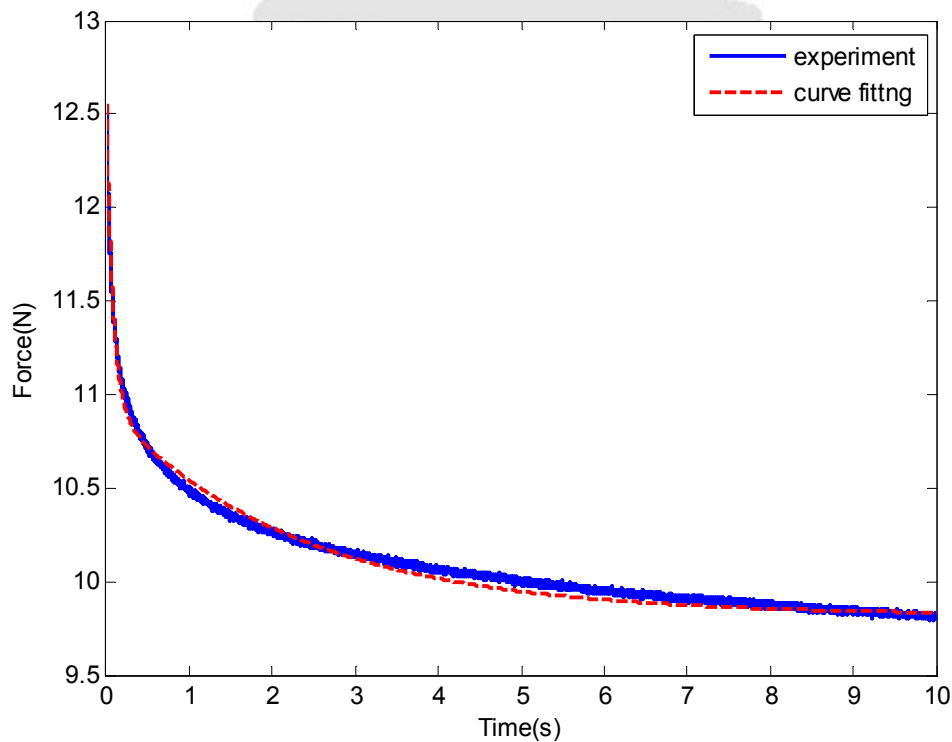


圖 4.9 平台應力鬆弛實驗

表 4.3 黏彈剛性模型參數

參數	$k_1(\text{N/m})$	$k_2(\text{N/m})$	$k_3(\text{N/m})$	$c_2(\text{N} \cdot \text{s/m})$	$c_3(\text{N} \cdot \text{s/m})$
數值	386000	63000	44000	504	101200

## 4.5 平台阻尼參數實驗

橡膠軸承系統不同於一般線性系統，無法以對數衰減法分析系統振動找出機械結構的阻尼係數，故我們採用曲線擬和開迴路步階響應來找出系統阻尼係數，在平台轉移函數中，我們已知質量和剛性模型的各個係數，只剩下唯一未知數，即阻尼係數，故所使用的方法為在實驗系統中，給予致動器一個步階輸入，量測平台系統位移輸出，獲得開迴路系統響應實驗數據，在 Simulink 中建置平台系統模型和致動器系統模型，藉由模擬系統開迴路響應找出相近實驗結果的阻尼係數。實驗結果如圖 4.10，橡膠軸承平台阻尼係數約為 800，相對應阻尼比為 1.5。

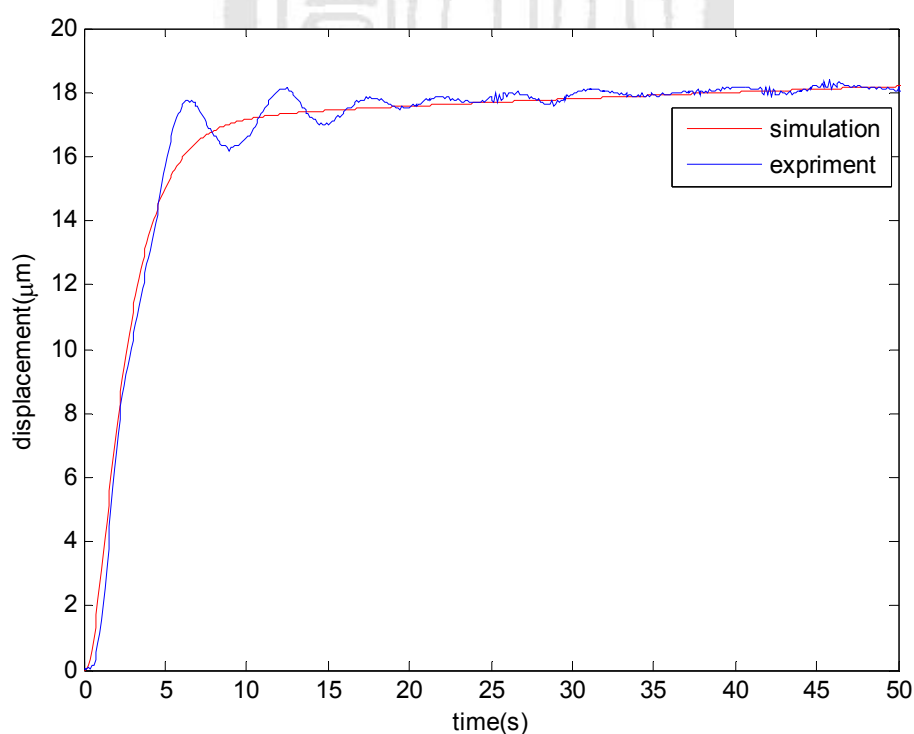


圖 4.10 平台開迴路步階響應

## 4.6 平台系統模型建立

由以上三項系統參數實驗，我們可以建立所設計出的平台系統數學模型，統整平台模型式(3.12)和致動器系統模型式(4.1b)，得到以下平台系統轉移函數式(4.5)：

$$G_{plant} = G_{actuator} G_{stage} = K_v K_a \frac{1382.3}{s+1382.3} \cdot \frac{1.637 \times 10^6 s^2 + 3.41 \times 10^8 s + 2.728 \times 10^9}{1.637 \times 10^5 s^4 + 1.343 \times 10^9 s^3 + 1.079 \times 10^{12} s^2 + 1.493 \times 10^{14} s + 1.055 \times 10^{15}} \quad (4.5)$$

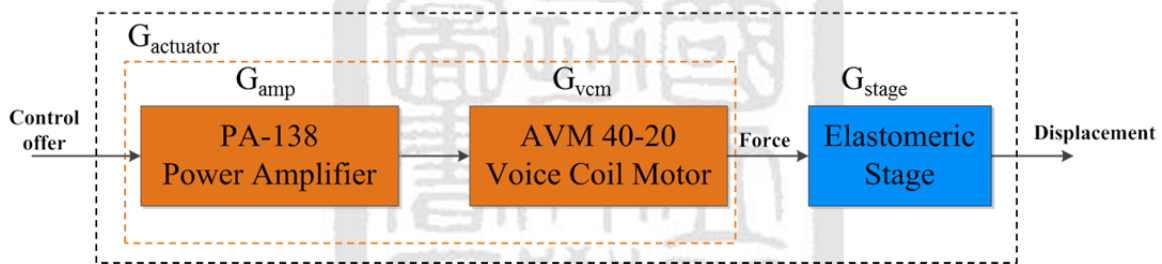


圖 4.11 平台系統方塊圖

平台系統為一五階轉移函數，由一階致動器模型和四階平台模型，此模型對於控制器設計來說可能過於複雜，故我們將簡化模型作為控制器設計之參考模型，原本的平台模型可以視為式(4.6)：

$$G_{stage} = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K(s)} \quad (4.6)$$

將黏彈剛性  $K(s)$  簡化為穩態剛性  $k_0$  和剛性變化量  $\Delta k$ ，平台模型可以視為如式(4.7)



$$G_{stage} = \frac{1}{Ms^2 + Cs + (k_0 + \Delta k)} \quad (4.7)$$

更進一步，將剛性變化量  $\Delta k$  視為系統之參數不確定性，不在模型中表示，

因此平台模型為一般二階模型：

$$G_{stage} = \frac{1}{Ms^2 + Cs + k_0} \quad (4.8)$$

結合致動器系統模型平台系統模型為：

$$G_{plant} = G_{actuator} G_{stage} = K_v K_a \frac{1382.3}{s + 1382.3} \cdot \frac{1}{Ms^2 + Cs + k_0} \quad (4.9)$$

藉由以上模型簡化後，我們將以式(4.9)此模型做為 PID 控制器之參考模型，而 SMC 和 ISMC 控制器設計將以式(4.8)作為參考模型，且將剛性變化量  $\Delta k$  納入設計中考量。

## 4.7 本章結論

在本章中，以動態測試實驗方式，分別對於致動器系統進行頻寬測試、以應力鬆弛實驗獲得平台黏彈剛性模型參數、以開迴路步階響應獲得平台阻尼係數，建立平台系統模型，並考量下一章中的控制器設計，進行模型簡化，在第五章中將以簡化模型設計控制器，並參考應力鬆弛實驗數據做為控制器設計依據之一。



## 第五章 控制器設計與模擬

### 5.1 本章介紹

在本章中，將以第四章中所建立的平台系統模型，進行控制器設計，首先為PID控制器設計與模擬，接下來將以在第四章中對於系統黏彈特性之了解設計滑動模態控制器與積分式滑動模態控制器，並以 Simulink 進行控制系統模擬，瞭解參數對控制器系統之影響，找出最適合的參數進行第六章實驗。

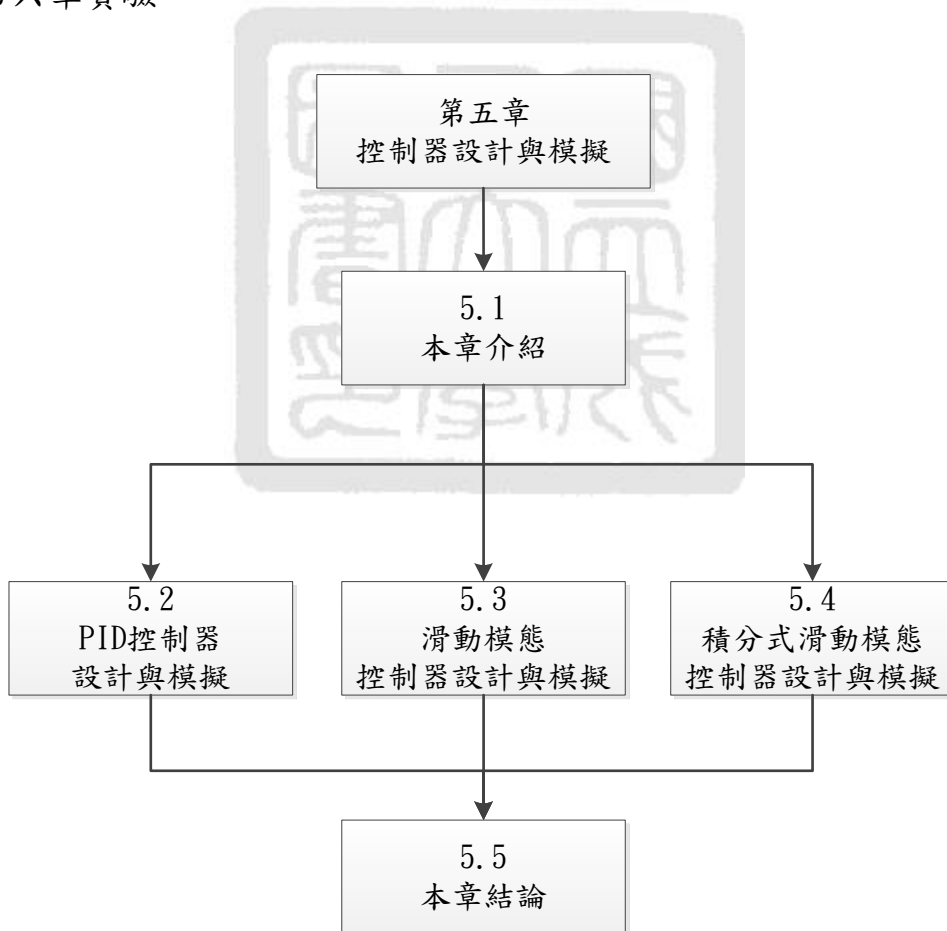


圖 5.1 本章架構圖

## 5.2 PID 控制器設計與模擬

在工程實務中，PID閉迴路控制應用是最為廣泛使用。此控制器具有結構簡單、穩定性好、工作可靠、調整方便等四項優點而成為工業控制技術的工具。假若受控制對象的組態與參數無法完全掌握，或是無法獲知精確的數學模型時，系統控制器的參數就必須依靠經驗和實際調整來確定，此時，應用PID控制技術最為簡單方便。

### 5.2.1 PID 控制器理論

PID控制器是目前最普遍的控制器，主要是由比例、積分、微分三項控制器組合而成，圖5.2所示為PID控制器的基本型態。

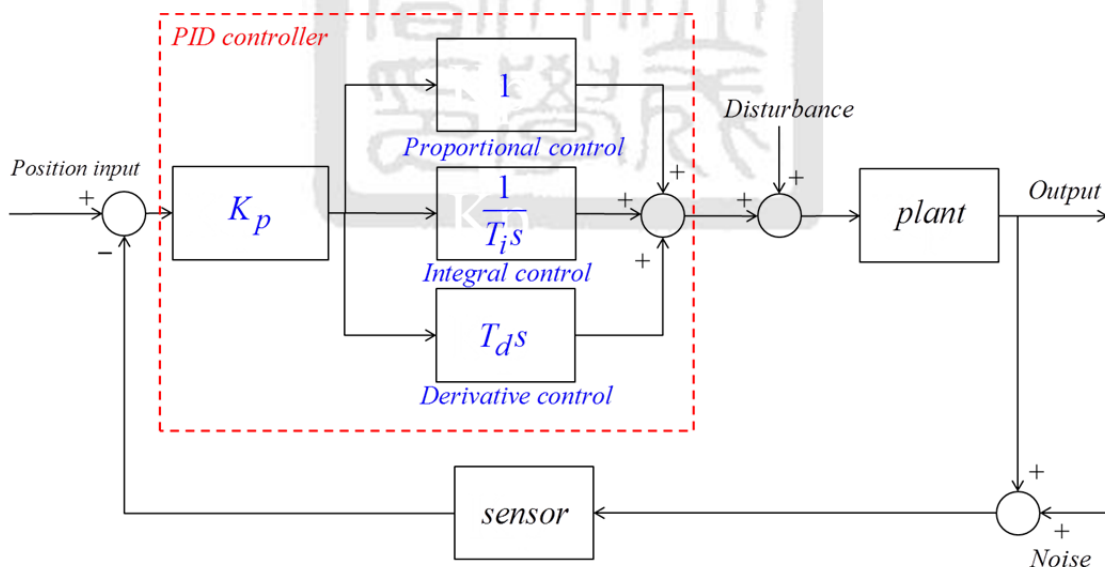


圖 5.2 回授 PID 控制方塊圖

比例控制是一種最簡單且直觀的控制方式，當僅有比例控制時，系統輸出會存在穩態誤差，且無法完全消除外界所加入的固定擾動。積分控制

主要目的在於消除穩態誤差，在控制系統中，為了消除穩態誤差，在控制器中必須引入積分項將系統的誤差量對時間做積分累加，隨著時間的增加，積分量會增加；基於這個理由，即便誤差很小，積分項也會隨著時間的增加而加大，超過某一個門檻值即推動控制器的輸出增大使穩態誤差進一步減小，直到等於零，但是暫態反應會較差。在微分控制中，控制器的輸出與輸入誤差訊號的微分，亦即與誤差的變化率成正比關係；微分控制隱含有預測之意，將誤差量對時間微分，能預測誤差變化的趨勢。因此如何挑選所需的控制參數與控制參數的調整關係到整個控制系統性能好壞的重要關鍵。以根軌跡圖來看，PID 控制器為在系統上增加兩個零點和一個極點，如圖 5.3，設計 PID 參數能夠設計零點的位置，能夠改變閉迴路控制系統的極點，藉此改變系統特性。而 PID 控制器參數的調整( $K_p$ 、 $T_i$ 、 $T_d$ )有時需要依據經驗法則來作為調整依據。而有關 PID 控制參數的調整已有許多的參數調整法被提出，其中最常被使用的是 Zigler-Nichols 於 1942 年所提出的最佳調整法。接下來我們將針對此法作介紹。

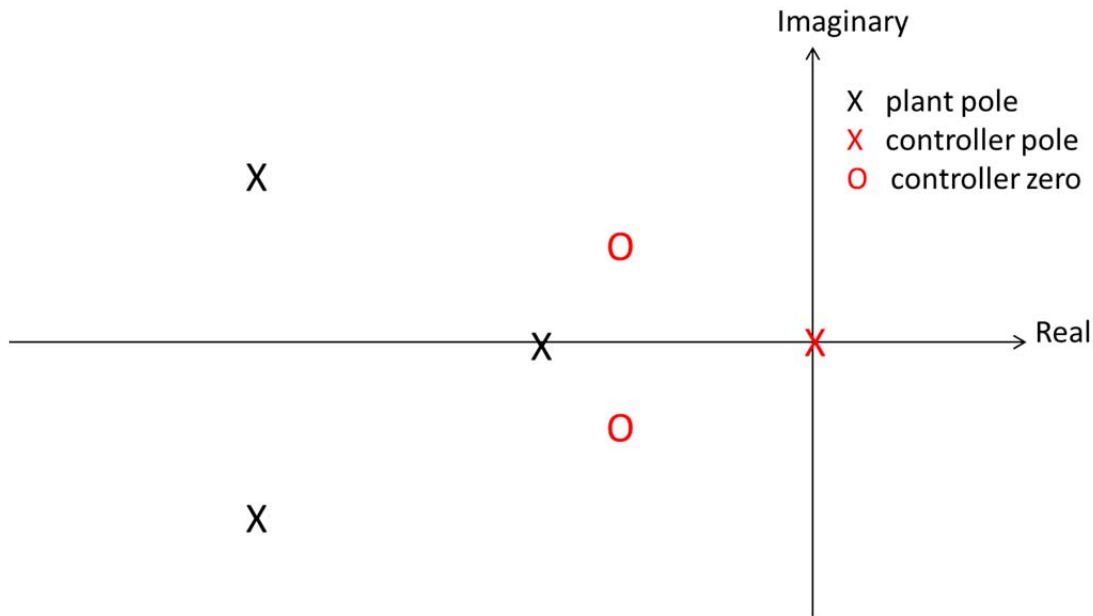


圖 5.3 PID 控制器下的系統根軌跡圖

### 5.2.2 PID 控制器設定之 Zeigler-Nichols 參數調整法

將PID控制器轉移函數表示成(5.1)式

$$u = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (5.1)$$

其中 $K_p$ 稱為比例增益(proportional gain)， $T_i$ 稱為積分時間(integral time)， $T_d$ 稱為微分時間(derivative time)。假設目前系統控制器沒有積分以及微分的動作，只有比例動作時，閉迴路系統在臨界穩定時的增益值為 $K_u$ (此增益值稱為極限增益，ultimate gain)，臨界穩定時的振盪週期為 $T_u$ (此週期稱為極限週期，ultimate gain)。利用 $K_u$ 與 $T_u$ 值，PID控制器的參數調整值( $K_p$ 、 $T_i$ 、 $T_d$ 的調整)可以參考表5.1[36]。

表 5.1 Ziegler-Nichols 之 PID 控制器參數最佳調整法[36]

控制器型式	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_u$	$\infty$	0
PI	$0.45K_u$	$0.833T_u$	0
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

假設我們經由系統得到的系統轉移函數為

$$H(s) = \frac{d}{s^3 + as^2 + bs + c}, \quad (5.2)$$

接下來我們利用(5.2)式來設計我們控制器的參數。首先，我們僅利用比例控制器  $K_p$  來控制系統，此時閉迴路特性方程式為：

$$\Delta(s) = s^3 + as^2 + bs + c + K_p d, \quad (5.3)$$

利用羅斯穩定準則來測試比例增益的穩定範圍：

$s^3$	1	$b$
$s^2$	$a$	$c + K_p d$
$s^1$	$\frac{ab - (c + K_p d)}{a}$	0
$s^0$	$c + K_p d$	

若想要系統穩定，則羅斯表第一行項必須全部為正。在 PID 控制器設計中，系統參考模型並非使用在第四章中所推導出之系統模型式(4.11)，而是將平台系統視為一般線性模型加上致動器模型的三階系統模型，由此帶入上述公式推導的結果整理成表 5.2，根據表 5.2 得到的 PID 控制器參

數，我們會做微調之後以符合我們的設計需求，然後進行實驗。

表 5.2 PID 控制器參數

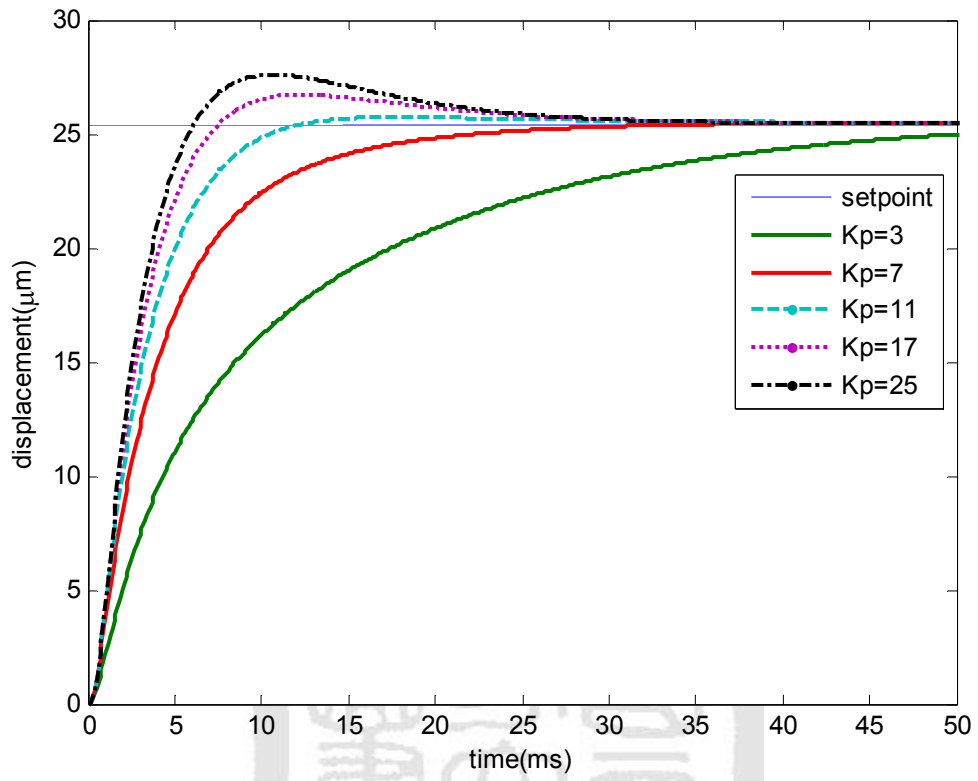
$K_p$	$T_i$	$T_d$
15	0.004	0.001

### 5.2.3 PID 控制器之 MATLAB Simulink 模擬結果

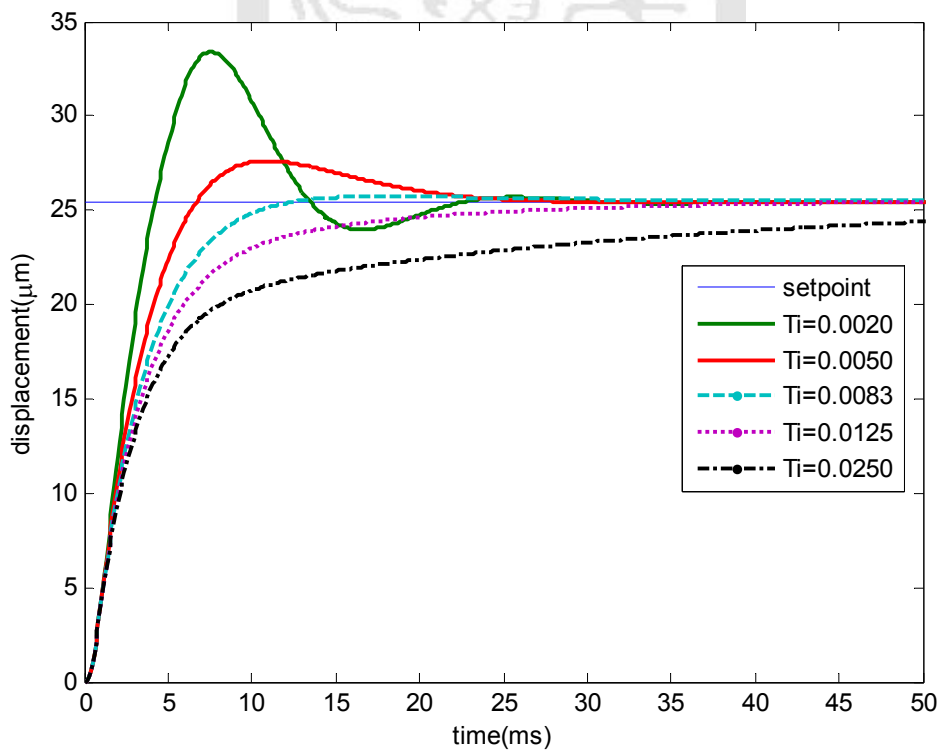
由5.2.2節中所設計出的PID控制器，以MATLAB Simulink進行模擬，模擬程式中的平台系統模型由第四章所推導出的平台四階模型和致動器一階模型所組成，詳細程式內容於附錄A.1中，由此程式模擬PID控制器下系統的步階響應，同時探討控制器參數的變化對於系統響應的影響。先針對比例增益( $K_p$ )來調整，我們從圖5.4(a)來看，當我們將其他兩個參數先固定，只改變比例增益值，發現 $K_p$ 增加，系統的響應速度有上升的趨勢；接著我們改變積分增益值( $T_i$ )，並且將比例增益與微分增益值固定。從圖5.4(b)可得知，當 $T_i$ 調大，系統的響應速度會變慢。要系統響應速度變快可藉由調大積分增益，但是過大的積分增益會造成系統有過大的超越量(overshoot)；最後，我們改變微分增益值( $T_d$ )，並且將比例增益與積分增益值固定不變，從圖5.4(c)可得知，微分增益小，一開始的上升速度較快，但是達到穩態的時間卻是微分增益大愈小，當微分增益( $T_d$ )調的太大，會使得系統的暫態響應之overshoot變大。



(a)



(b)



(c)

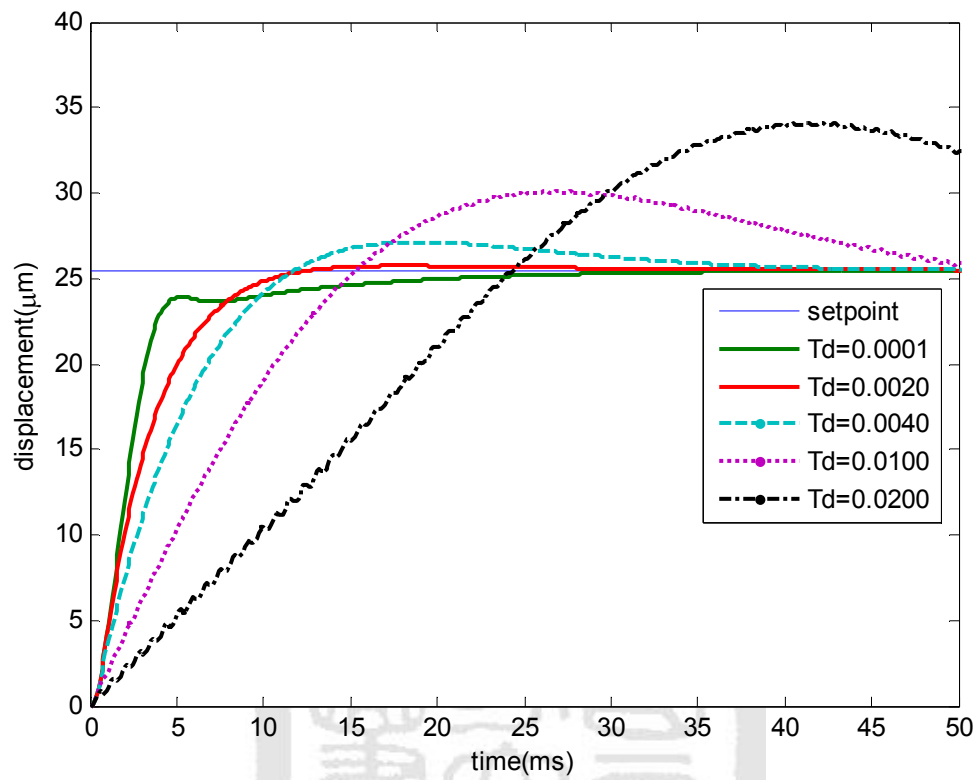


圖 5.4 PID 控制器參數對系統步階響應影響(a)改變  $K_p$ (b)改變  $T_i$ (c)改變  $T_d$

## 5.3 滑動模態控制器(Sliding Mode Control, SMC)

王維志[6]和李哲維[4]，使用 SMC 控制精密定位平台系統，且能夠有效地提升系統性能，在本節中，我們將設計滑動模態控制器(SMC)來控制平台，並以 Simulink 模擬控制系統的響應，驗證其可行性。

### 5.3.1 滑動模態控制器理論

滑動模態控制便是要設計一個滑動面，經由控制的手段迫使系統軌跡進入滑動面上運動，並朝著控制目標前進。所以對於滑動模態控制可定義為：先使系統產生兩個以上的子系統，在利用刻意加上的切換條件來產生滑動模態以達成控制目標的手段[37][38]。滑動模態的產生，首先是要確保軌跡能在有限的時間內接觸到順滑面 $s(x) = 0$ ，此過程稱為迫近模態(approaching mode)，而當系統進入順滑面 $s(x) = 0$ 後，必須確保軌跡朝著平衡點 $x = 0$ 逼近，在這個超空間中的系統行為即為滑動模態，圖4.23概略描繪出這兩個程序，自 $t = 0$ ，系統初始狀態 $x(0)$ 即被迫推向順滑面 $s(x) = 0$ ，並在有限的時間內到達 $s(x) = 0$ ，然後在往後的時間內，系統將不在脫離此順滑面，且朝著平衡點 $x = 0$ 移動，最終到達 $x(\infty) \rightarrow 0$ 的目標。對一單切換條件的系統而言，順滑模態在順滑面上產生；而對一多切換條件的系統而言，順滑模態則發生在所有順滑面的交集空間中。

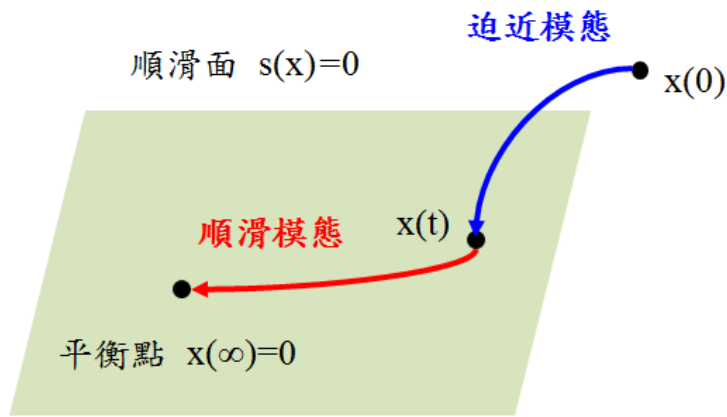


圖 5.5 滑動控制示意圖

根據上述的條件，控制過程中會有兩個階段：逼近階段及順滑階段。理想的情況是：逼近階段的時間愈短愈好，進入順滑階段後就維持在順滑平面上，確保此情況能發生的充分條件稱為順滑條件。而此問題轉變成：  
 (1)決定順滑面；(2)能滿足順滑條件的控制律。

首先定義順滑面  $s(x,t)$ ，當系統到達順滑面後必須保持在順滑面上而不脫離，因此必須滿足曲面函數大於零時，其函數值須隨時間增加而遞減，曲面函數小於零時，其函數值隨時間增加而遞增，數學表示為

$$s(x,t) \cdot \dot{s}(x,t) < 0, \quad (5.1)$$

而當系統在順滑面外時必須符合逼近條件朝向順滑面移動，在此介紹一種較常使用的逼近條件，首先定義：

$$s(x,t) \cdot \dot{s}(x,t) < -\eta|s(x,t)|, \quad \text{when } s(x,t) \neq 0 \quad (5.2)$$

其中  $\eta$  為一正定常數。而為了要驗證是否滿足收斂條件，可以用 Lyapunov stability theorem 來說明：假設  $V(x,t)$  為一具有連續一階導數的向量函數，

且  $\sigma(0)=0$ ，若滿足下列條件：

1.  $V(x,t)$  為正定(positive definite)。

2.  $\dot{V}(x,t) = \frac{d}{dt}V(x,t)$  為負定。

3. 當  $\|x(t)\| \rightarrow \infty$ ， $V(x,t) \rightarrow \infty$ 。

則可稱系統之狀態在平衡點為漸進穩定(globally asymptotically stable)，

而  $V(x,t)$  稱為 Lyapunov function。當滿足(5.2)式與 Lyapunov stability

theorem 時，則滑動模態控制器將可實現於此系統。而系統狀態在迫近模

態時是連續性的軌跡，但在進入滑動模態後卻是由不連續的切換條件所

構成，因此 Filippov[39] 提出了等效控制的概念，使得雖然系統狀態與控

制輸入在迫近模態為連續的情況下，一旦進入了滑動模態後，控制輸入

可以改變為以不連續的方式不斷切換。為了使控制系統具有追蹤軌跡能

力，我們採用了參考模型(Model reference approach)方法與滑動模態控制

作結合[40]。

控制器採用參考模型法(Model reference approach)，即設計一理想參考動

態模型，定義追蹤誤差為  $\tilde{X} = X - X_d$ ，針對狀態誤差所組成的狀態空間，

進行順滑面設計，則控制器的設計即為實現追蹤參考模型軌跡之目標，

整個控制系統方塊圖如圖 5.6 所示。

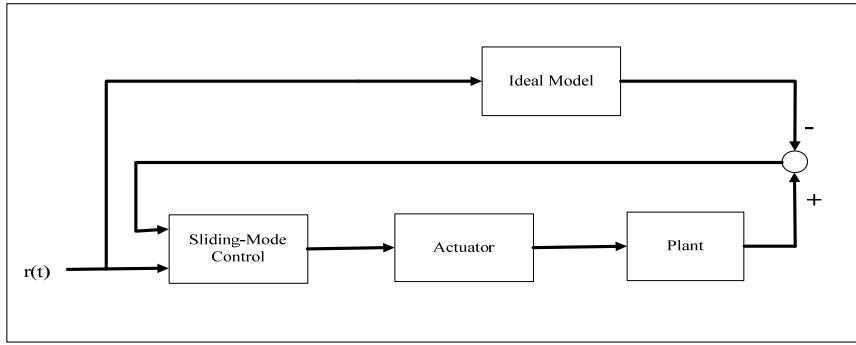


圖 5.6 滑動模態控制系統方塊圖

定義誤差向量 $\tilde{X}$ 表示為：

$$\tilde{X} = X - X_d = [\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ \dots \ \tilde{x}^{(n-1)}]^T \quad (5.3)$$

同時在狀態誤差空間中定義一時變函數 $s$ 為誤差向量 $\tilde{X}$ 之線性函數，

其中 $\lambda$ 為一正定的常數。則 $s(t) \equiv 0$ 稱為在狀態空間的順滑面(sliding surface)，而從(5.3)式中可以知道 $s(\tilde{x}, t) = 0$ 為一 $(n-1)$ 階的穩定齊次線性微分方程式，選擇 $\lambda$ 為正定常數，則其特徵方程式的根皆落在 $s(\tilde{x}, t)$ 的左半平面上，因此可以判斷誤差 $\tilde{x}$ 會成指數收斂。以二階系統作說明，考慮一單輸入二階系統動態方程式：

$$\ddot{x} = f(x) + u \quad (5.4)$$

為了達到 $X(t) = X_d(t)$ ，在此令順滑面 $s(\tilde{x}, t) = 0$ ，可得：

$$s(\tilde{x}, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right) \tilde{x} = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (5.5)$$

當系統在順滑面上時，令其動態 $\dot{s} = 0$

$$\dot{s} = \ddot{\tilde{x}} + \lambda \dot{\tilde{x}} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} = f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (5.6)$$

$$u_{eq} = -f + \ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (5.7)$$

而當系統狀態在曲面外時必須滿足迫近條件，我們再追加一不連續切換控制力 $u_n$ 。而整個控制器 $u$ 即為 $u_{eq}$ 與 $u_n$ 的結合。

$$u = u_{eq} + u_n \quad (5.8)$$

其中

$$u_n = -(|\Delta f| + \eta) \text{sat}(s, \emptyset) \quad (5.9)$$

而所選取的控制器需滿足滑動條件要求，因此利用 Lyapunov stability theorem 選取 Lyapunov function，

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2 \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) < 0 &\rightarrow \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \\ &= s(f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}}) \\ &= s(f + u_{eq} + u_n - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}}) \\ &= s(-(|\Delta f| + \eta) \text{sat}(s, \emptyset)) = -(|\Delta f| + \eta) < 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\text{sat}(s, \emptyset) = \begin{cases} 1, & s > \emptyset \\ \frac{s}{\emptyset}, & -\emptyset < s < \emptyset \\ -1, & s < -\emptyset \end{cases} \quad (5.12)$$

(5.11)式為滿足 Lyapunov stability theorem，必須將 $\eta$ 取為正定常數，其中

$\Delta f$ 為參數不確性補償項，我們設定其為

$$\Delta f = \Delta k(\tilde{x}) \quad (5.13)$$

， $\Delta k$ 為系統剛性的變化量，由此增強系統對於參數不確定性的強健性。

為了避免切換項造成顫振，如圖 5.7，在切換項中使用 $\text{sat}(s, \emptyset)$ 函數， $\emptyset$ 為

邊界層厚度，能夠藉由調整 $\phi$ 降低顫振狀況，但同時會影響系統穩態誤差。

由上述公式可得出，將利用系統模型參數設計順滑方程式，並且找出等效控制 $u_{eq}$ 與切換控制 $u_n$ ，而滑動模態控制器即由等效控制與切換控制所組成。

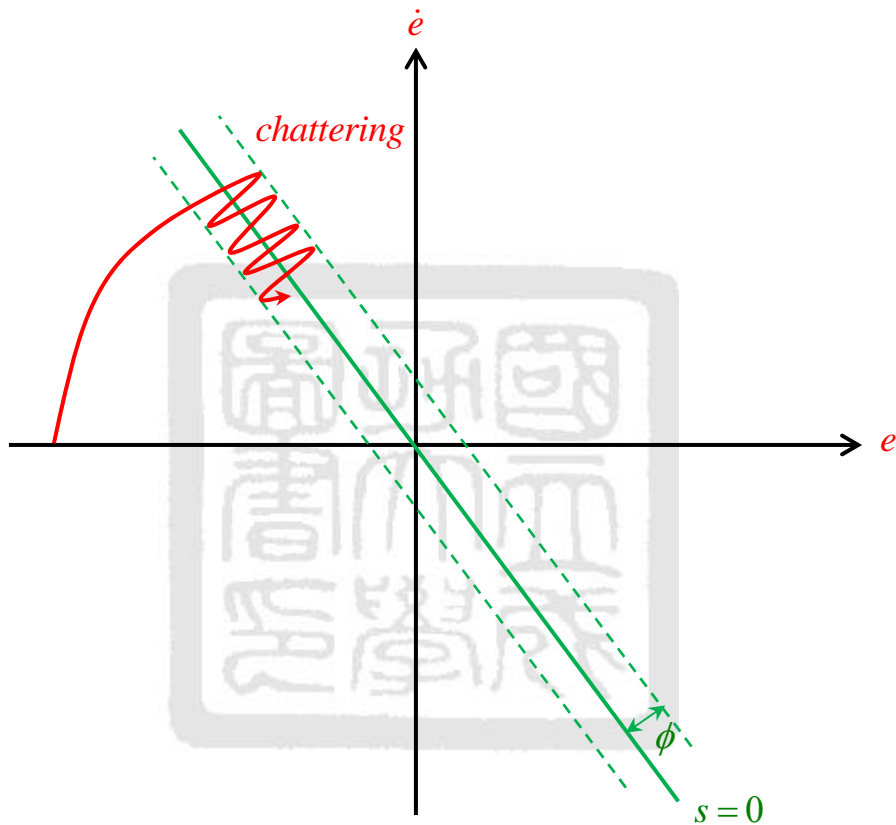


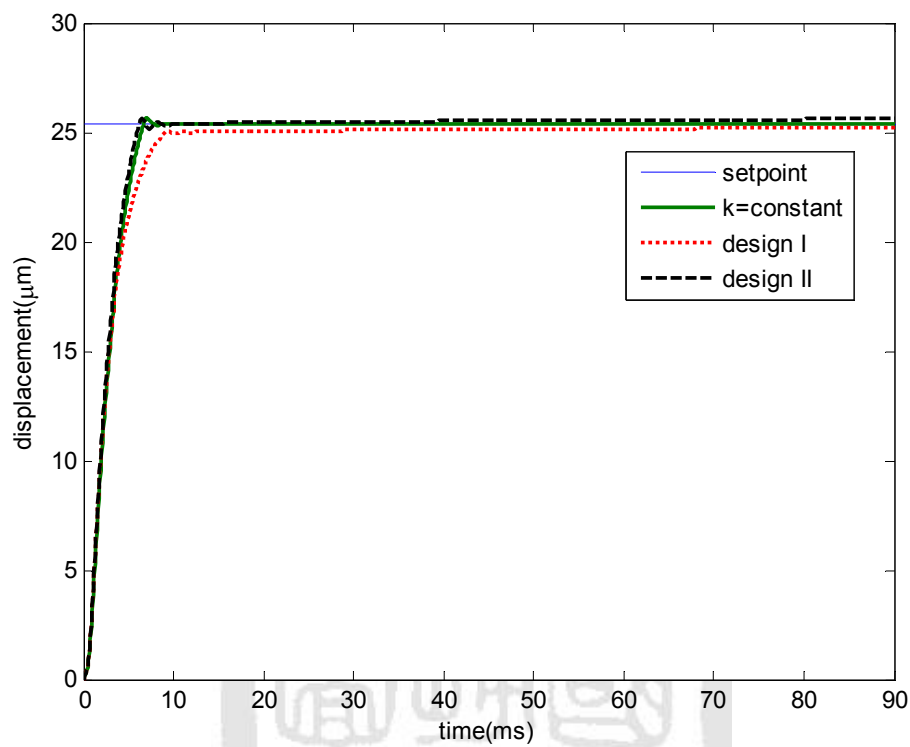
圖 5.7 顫振示意圖

### 5.3.2 控制器設計與模擬

由 5.3.1 節中所設計出的 SMC 控制器，以 MATLAB Simulink 進行模擬，模擬程式中的平台系統模型由第四章所推導出的平台四階模型和致動器一階模型所組成，詳細程式內容於附錄 A.2 中，由此程式模擬控制系統的步階響應。



(a)



(b)

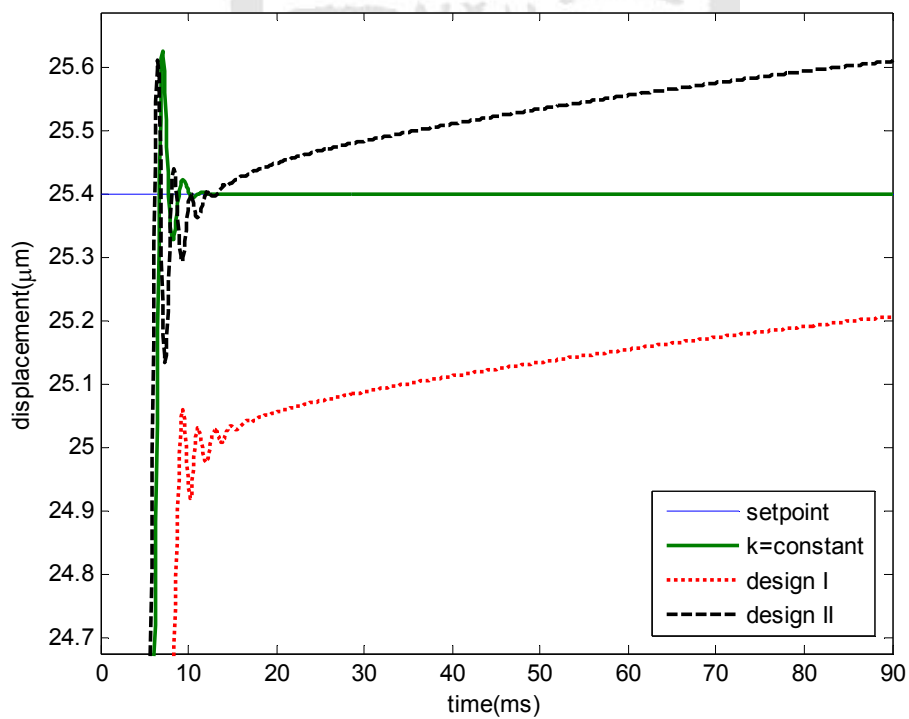


圖 5.8 SMC 步階響應模擬圖(a)完整數據 (b)局部放大

在調整控制器參數下，同時模擬控制系統響應，我們可以歸納為兩種 SMC 對於系統的控制方法，在 4.4 節中，我們了解系統剛性變化主要分為兩段，一段為較快速度的變化，時間常數約為 8ms，變化量為穩態剛性  $k_1$  的 16% ( $k_2=0.16k_1$ )，另一段為慢速度的變化時間常數約為 2300ms，變化量為穩態剛性  $k_1$  的 11% ( $k_3=0.11k_1$ )，在式(5.7)和(5.9)中，分別要設定系統剛性於控制器設計中，第一種設計方法為以系統穩態剛性  $k_1$  為系統剛性設定於式(5.7)的  $u_{eq}$  中，而式(5.9)中的剛性變化量為  $k_1$  和  $k_2$  的總和。由於，第二段剛性變化較慢，較系統操作頻率慢上很多，在第二種設計方法中，將為第二段剛性變化視為無變化，將其視為系統穩態剛性的一部份，故將系統穩態剛性設定為  $k_1$  和  $k_3$  的總和於式(5.7)的  $u_{eq}$  中，而式(5.9)中的剛性變化量為  $k_2$ 。將兩種方法都設計於 Simulink 中進行模擬，結果如圖 5.8，可以看出設計一的系統無法在第二段剛性變化完成前到達目標位置，第二段剛性變化時間長，控制器的強健性又無法有效負荷剛性變化量。設計二的系統可以快速到達目標位置，但隨著第二段剛性變化，目標位置會飄移掉，同樣地控制器的強健性無法有效負荷剛性變化量。

## 5.4 積分式滑動模態控制器(Integral Sliding Mode Control, ISMC)

傳統的滑動模態控制器能夠有效控制非線性系統，且有一定程度的強健性，在 5.3 節中，我們嘗試以 SMC 控制本系統，但在對於本系統的時變剛性，則無法有效控制系統進行精密定位，我們所使用的橡膠軸承平台的剛性變化在 100ms 內達到 16%，2000ms 內達到 25%，如此大幅度變化，傳統的滑動模態控制器無法有效控制平台，所以我們進一步導入積分式滑動模態控制器控制平台。

### 5.4.1 ISMC 控制器理論

傳統滑動模態控制器的順滑面函數如式(5.5)，積分式滑動模態控制器 [34][38][40] 在順滑面函數中加入一積分項，如式(5.13)：

$$s(\tilde{x}, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right) \tilde{x} + \beta \int \tilde{x} - \tilde{x}(0) = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} + \beta \int \tilde{x} - \tilde{x}(0) \quad (5.13)$$

其中  $\beta$  為積分項參數，由積分式順滑面函數，我們重新推導等效控制  $u_{eq}$ ，當系統在順滑面上時，令其動態  $\dot{s} = 0$

$$\dot{s} = \ddot{\tilde{x}} + \lambda \dot{\tilde{x}} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} = f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} + \beta \tilde{x} \quad (5.14)$$

$$u_{eq} = -f + \ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}} - \beta \tilde{x} \quad (5.15)$$

而當系統狀態在曲面外時必須滿足迫近條件，我們在追加一不連續切換控制力  $u_n$ 。而整個控制器  $u$  即為  $u_{eq}$  與  $u_n$  的結合。

$$u = u_{eq} + u_n \quad (5.16)$$

其中

$$u_n = -(|\Delta f| + \eta) \text{sat}(s, \emptyset) \quad (5.17)$$

$\Delta f$ 為系統的參數不確定性補償，而所選取的控制器需滿足滑動條件要求，因此利用 Lyapunov stability theorem 選取 Lyapunov function，

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2 \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) < 0 &\rightarrow \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \\ &= s(f + u - \ddot{x}_d + \lambda\dot{\tilde{x}} + \beta\tilde{x}) \\ &= s(f + u_{eq} + u_n - \ddot{x}_d + \lambda\dot{\tilde{x}} + \beta\tilde{x}) \\ &= s(-(|\Delta f| + \eta) \text{sat}(s, \emptyset)) = -(|\Delta f| + \eta) < 0 \quad (5.19) \end{aligned}$$

(5.19)式為滿足 Lyapunov stability theorem，必須將  $\eta$  取為正定常數，其

中  $\Delta f$  為參數不確性補償項，我們設定其為

$$\Delta f = \Delta k(\tilde{x}) \quad (5.20)$$

， $\Delta k$  為系統剛性的變化量，由此增強系統對於參數不確定性的強健性。

由上述公式可得出，將利用系統模型參數設計順滑方程式，並且找出等效控制  $u_{eq}$  與切換控制  $u_n$ ，而積分式滑動模態控制器即由等效控制與切換控制所組成。

## 5.4.2 ISMC 控制器之 MATLAB Simulink 模擬結果

由5.4.1節中所設計出的ISMC控制器，以MATLAB Simulink進行模擬，模擬程式中的平台系統模型由第四章所推導出的平台四階模型和致動器一階模型所組成，詳細程式內容於附錄A.3中，由此程式模擬控制系統的響應，以下為模擬ISMC控制器下系統的步階響應，同時探討控制器參數的變化對於系統響應的影響：

### ● 順滑面積分項增益值( $\beta$ )

$\beta$ 為順滑面函數積分項增益值，主要為影響系統的穩態響應，當 $\beta$ 愈大時，能夠降低系統穩態誤差，同時增加系統暫態響應速度，會使超越量增大。

### ● 切換項常數( $\eta$ )

$\eta$ 為影響切換項之強度，可解釋為影響每單位靈敏度之大小， $\eta$ 存在時，使系統迫近順滑面，而當 $\eta$ 愈大時，系統到達順滑曲線的時間就愈快，其模擬結果如圖5.10所示，當 $\eta$ 愈大時，其到達順滑模態的時間也會愈短，但同時也會發現， $\eta$ 過大會使超越量增大。

### ● 邊界層厚度( $\phi$ )

$\phi$ 為切換條件的邊界層，最初始的理論假設為sign function，但是sign function實際實現在物理系統上時將造成顫振的現象(chattering)[42]，因此我們選用了saturation function來作為緩衝，設計原理是希望系統狀態能在

此範圍內進行滑動，其模擬結果圖如圖5.11所示， $\phi$ 越小，穩態誤差越小，但 $\phi$ 過小時，會出現顫振。

### ● 順滑曲線之斜率( $\lambda$ )

$\lambda$ 的設定主要為順滑面之斜率，會影響順滑面函數 $s(\tilde{x}, t)$ ， $\lambda$ 愈大，順滑面函數的變化量越大，切換項同時跟著快速變化，順滑面函數中 $\lambda$ 與誤差項相乘，故 $\lambda$ 越大，切換項對於誤差的變化越敏感，使系統越接近穩態的速度越慢，同時可能產生顫振，其模擬結果如圖5.12所示。

以上藉由不同控制器參數下的步階響應模擬，了解各參數對系統響應的影響，由此經驗提供實驗做參數調整，模擬結果的最佳控制器參數，如表5.3

表 5.3 ISMC 控制器參數

$\beta$	12000
$\eta$	30
$\phi$	0.0132
$\lambda$	12000

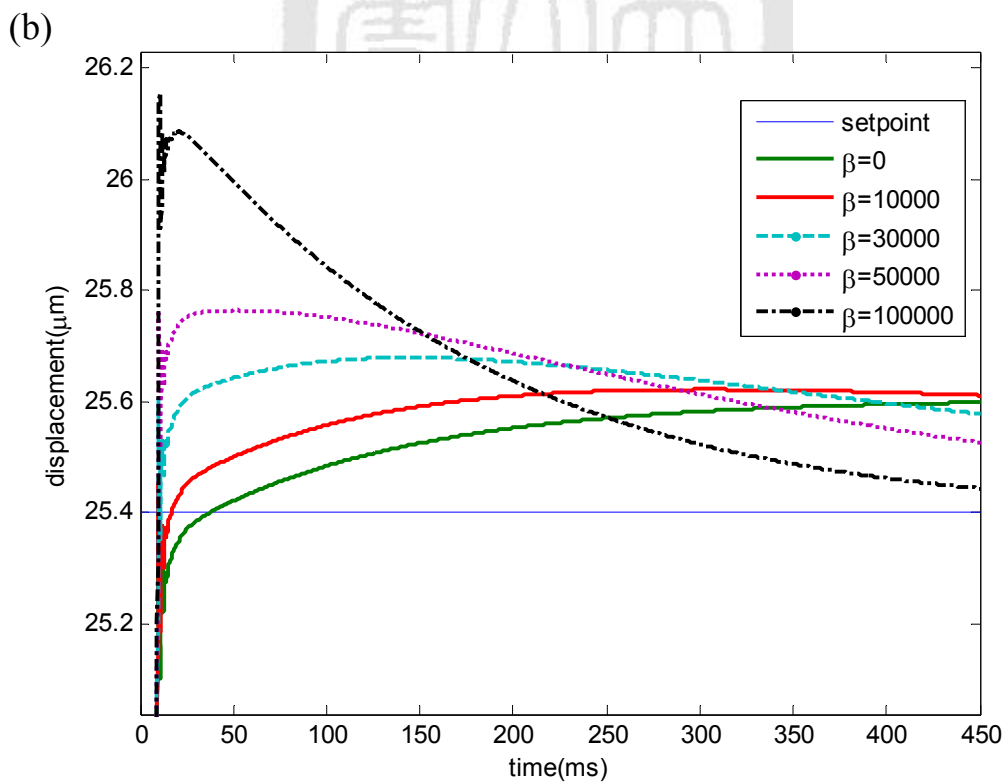
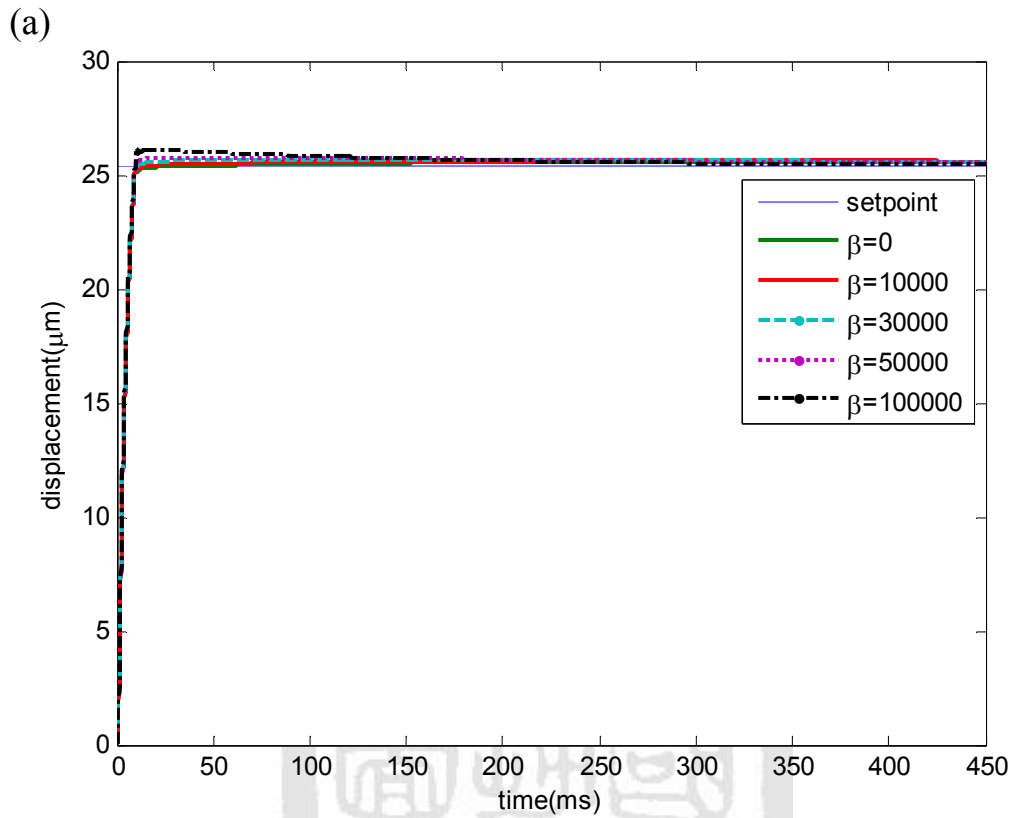


圖 5.9 改變  $\beta$  對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大  
 $(\phi=0.0132, \lambda=12000, \eta=30)$

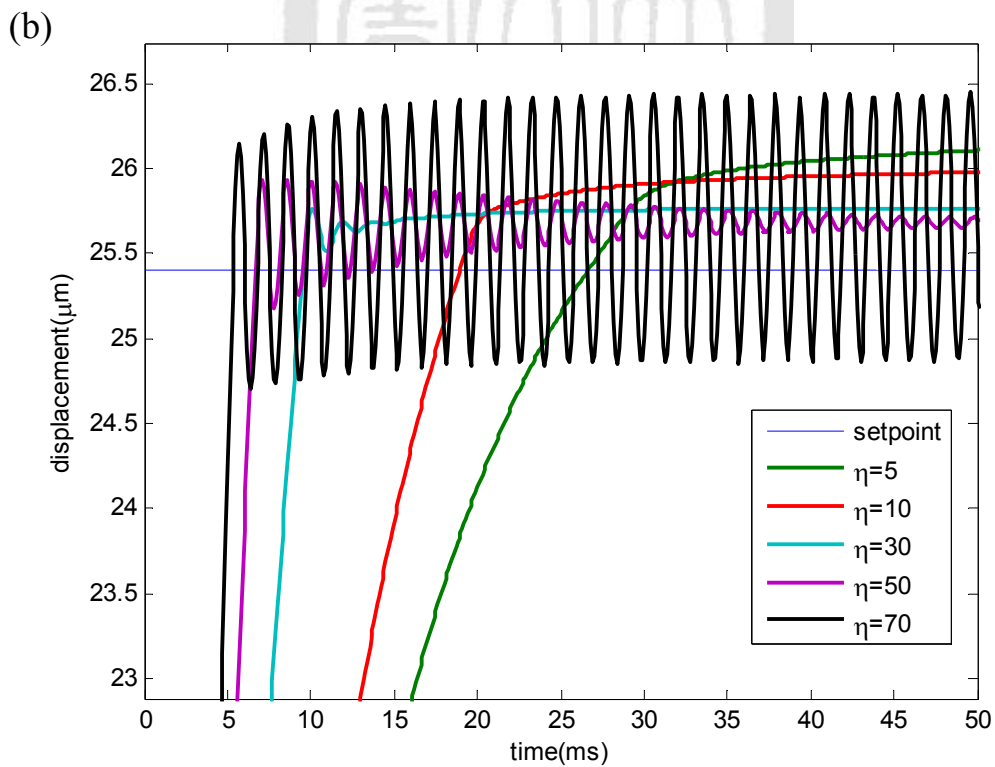
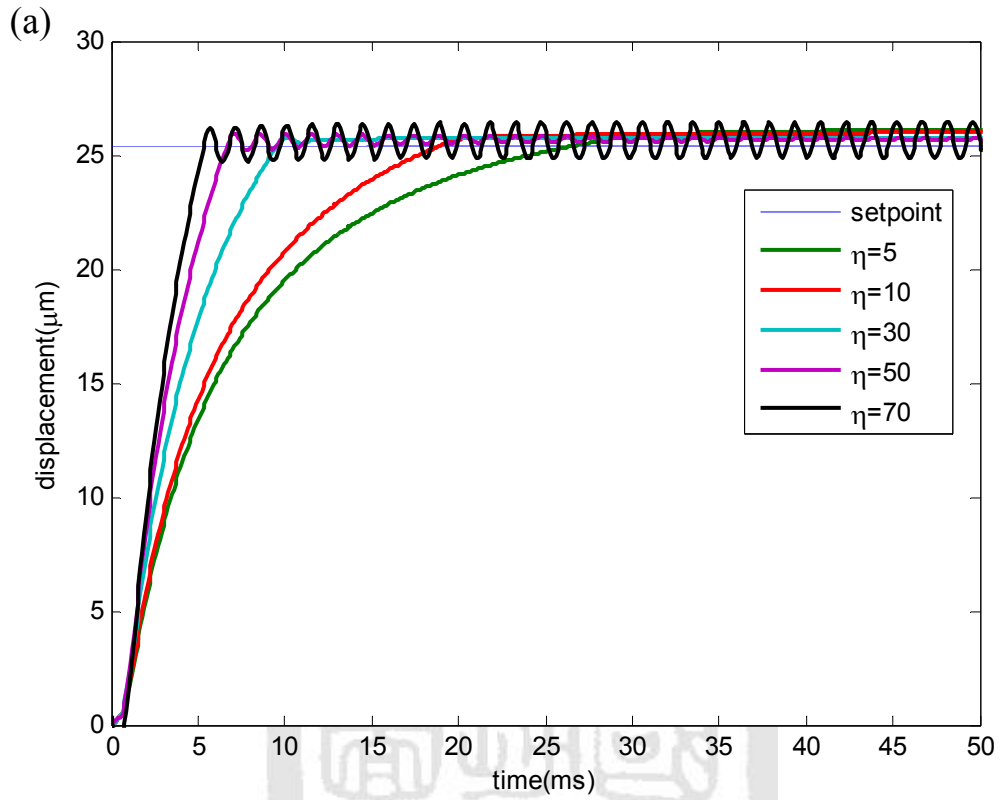


圖 5.10 改變  $\eta$  對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大  
 $(\beta=50000, \phi=0.0132, \lambda=12000)$



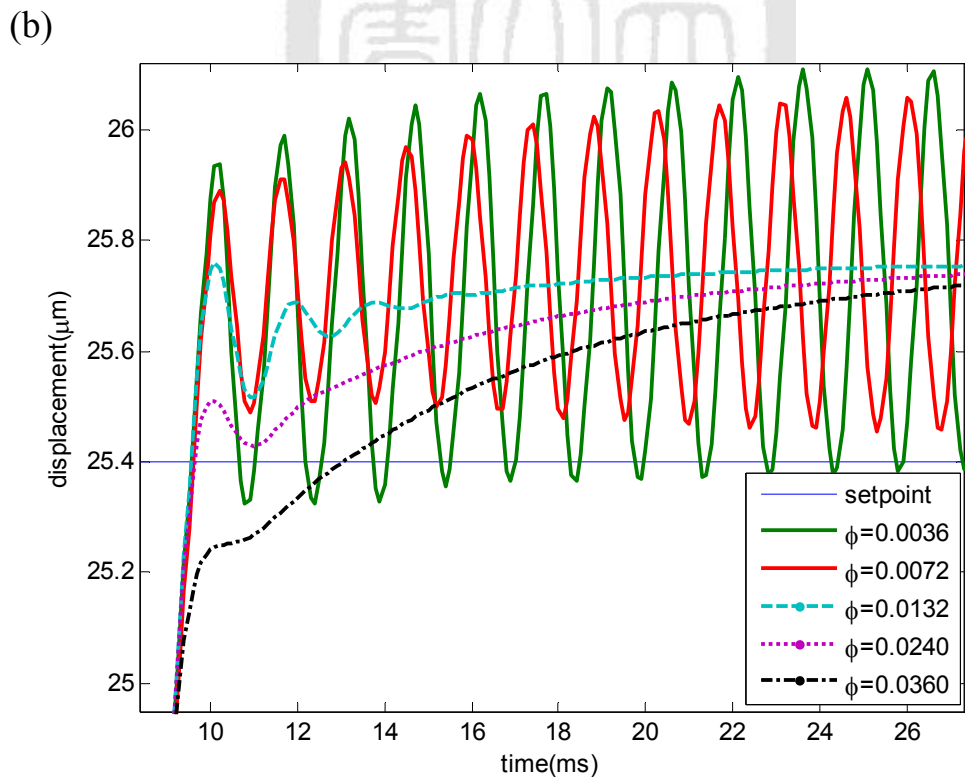
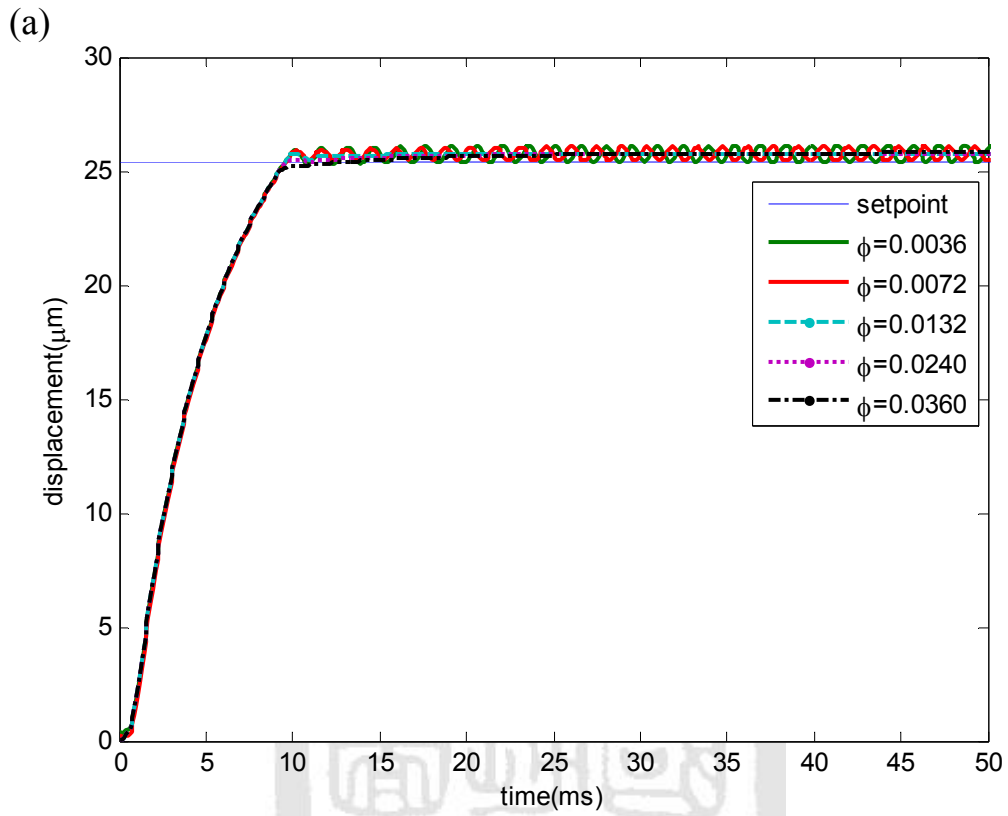


圖 5.11 改變  $\phi$  對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大  
 $(\beta=50000, \lambda=12000, \eta=30)$

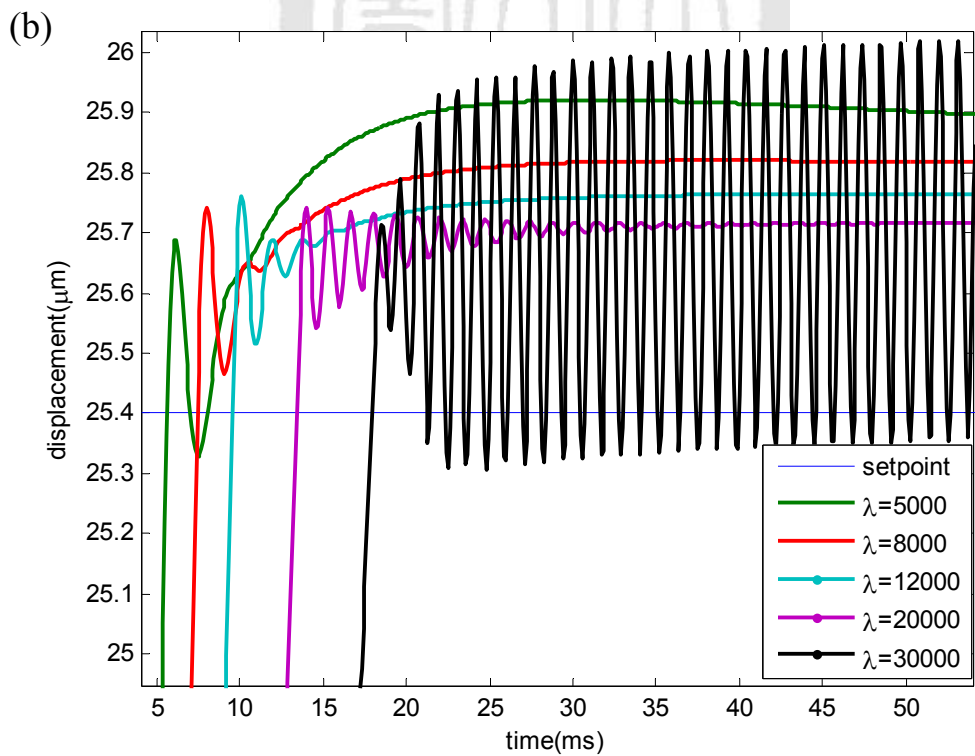
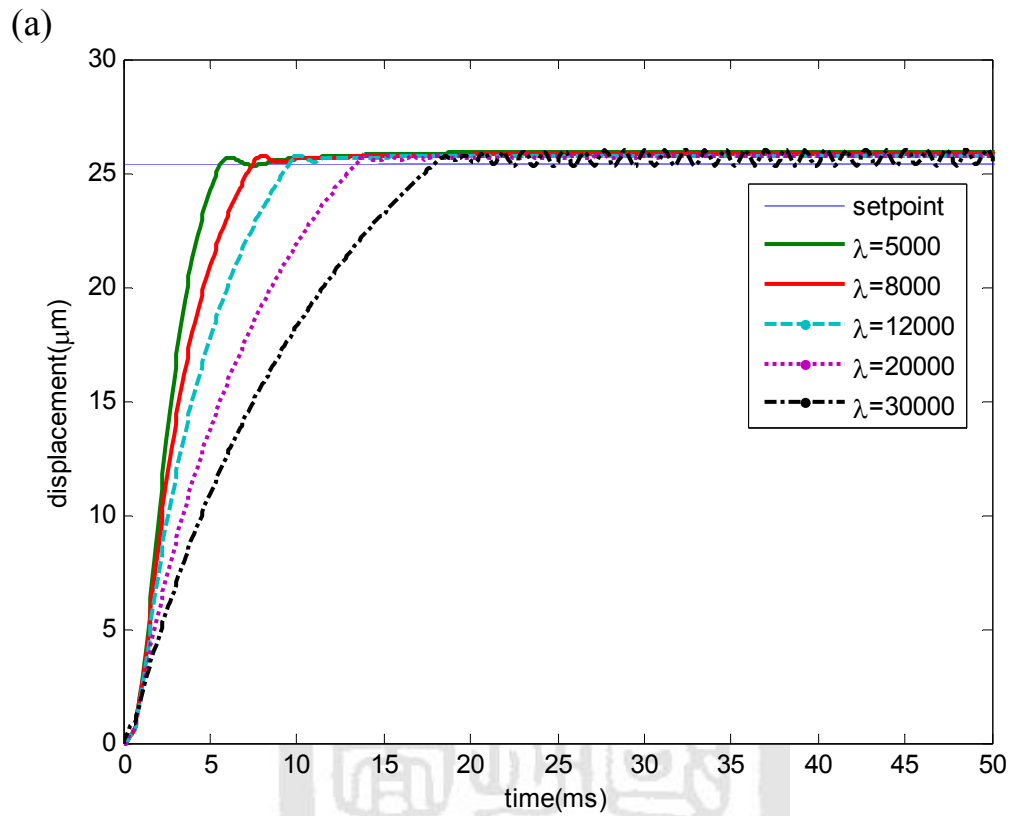


圖 5.12 改變  $\lambda$  對系統步階響應之影響模擬結果(a)完整數據 (b)局部放大  
 $(\beta=50000, \phi=0.0132, \eta=30)$

## 5.5 本章結論

在本章中，設計出 PID 控制器、SMC 控制器和 ISMC 控制器，且以 Simulink 進行模擬，由模擬結果了解到 SMC 控制器無法壓制橡膠軸承平台的剛性變化達到精密定位性能，故引入 ISMC 控制器，增強 SMC 控制器對於平台的剛性變化之強健性，由模擬結果可看出，ISMC 可以趕善 SMC 問題達到精密定位性能，將以本章中模擬結果所選擇出之控制器參數用下第六章實驗中。



## 第六章 平台控制實驗

### 6.1 本章介紹

在本章中，將依據第五章的控制器設計，將控制器實現於 FPGA 控制硬體中，進行平台控制實驗，分別為步階響應實驗、弦波軌跡追蹤實驗、負載性能實驗，藉由以下實驗結果了解控制系統性能，頻寬、定位精度及對重量的強健性。

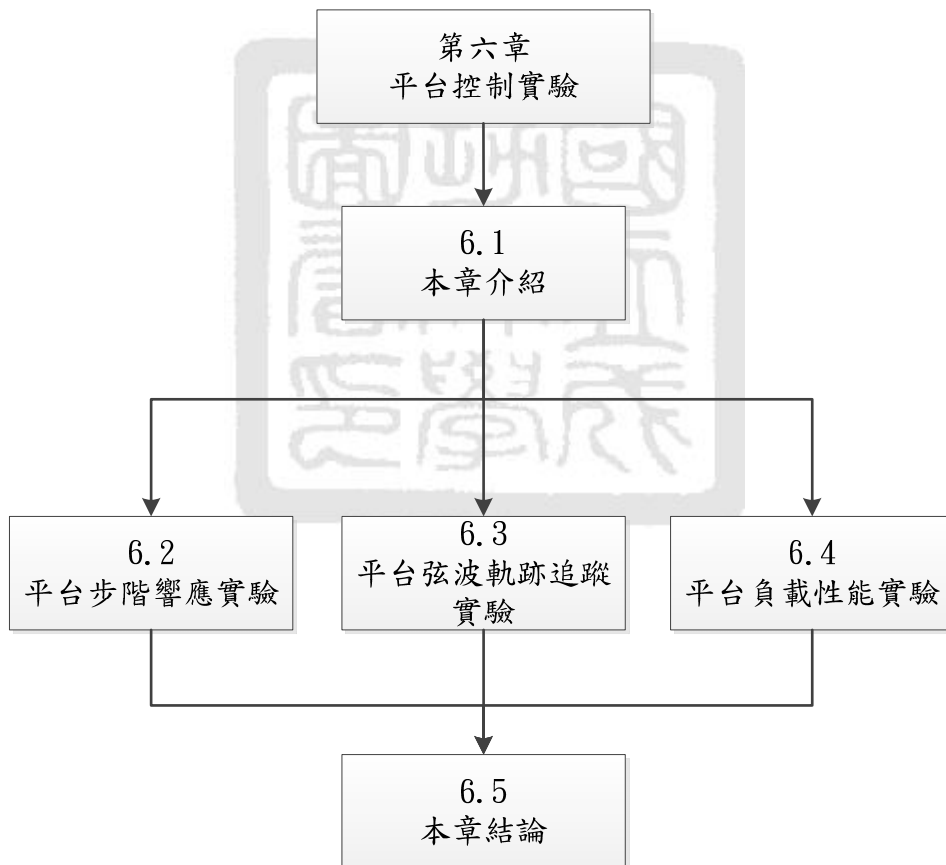


圖 6.1 本章架構圖

## 6.2 步階響應實驗

在本節中，我們將驗證第五章中的控制系統模擬結果，利用各種控制器結合回授控制於定位平台系統之實現。我們藉由定點控制，目標位置取 $25.4\ \mu\text{m}$ 來進行實驗，並且改變控制器之參數，探討其各個參數對系統響應之影響。接著從上述控制器各個參數討論的結果，根據我們所設定的規格，選擇較佳的控制器參數來在下一節6.3中進行弦波追蹤控制實驗。

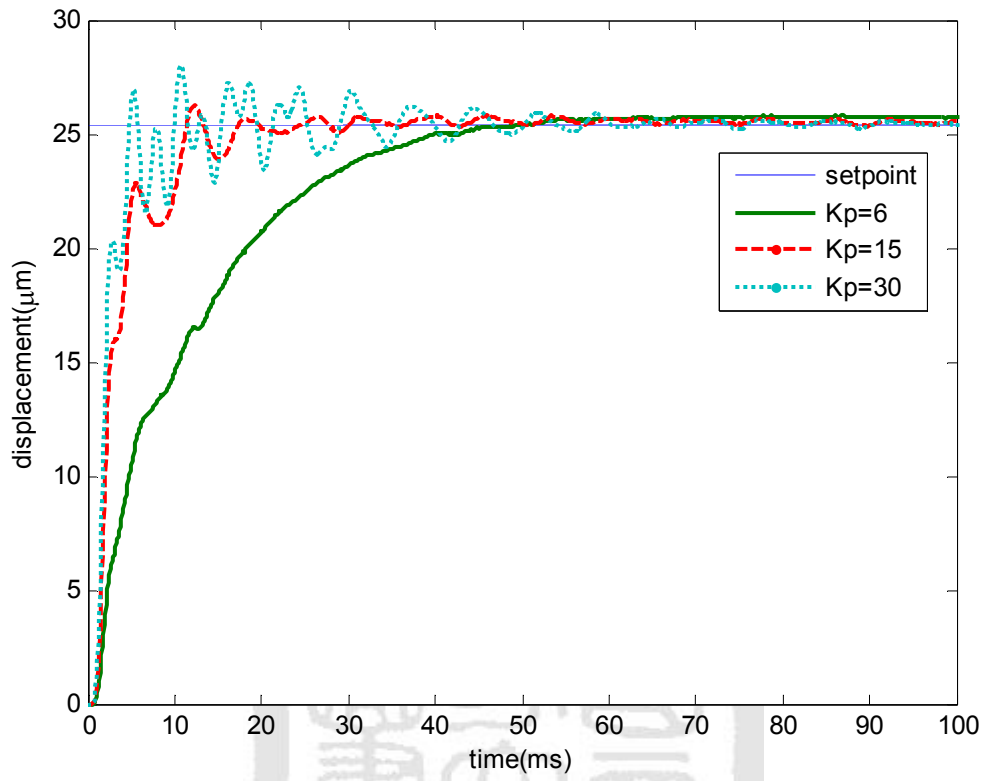
### 6.2.1 PID 控制器步階響應實驗

在第五章中，我們模擬PID控制器下平台系統的步階響應，在本節中，我實現PID控制器於FPGA控制器上，在平台實驗系統上進行實驗驗證模擬結果，詳細控制實驗程式在附錄B.1，在5.2.2節中我們以ZN法設計出一套PID控制器參數，並以模擬探討PID參數對於系統步階響應的影響，在本節中，我們以ZN法所設計出PID參數進行步階響應實驗，並以不同PID控制器參數進行實驗，如圖6.2，最後以ZN法所設計出PID參數進行微調找出最適合實驗系統的PID參數，如表6.1。

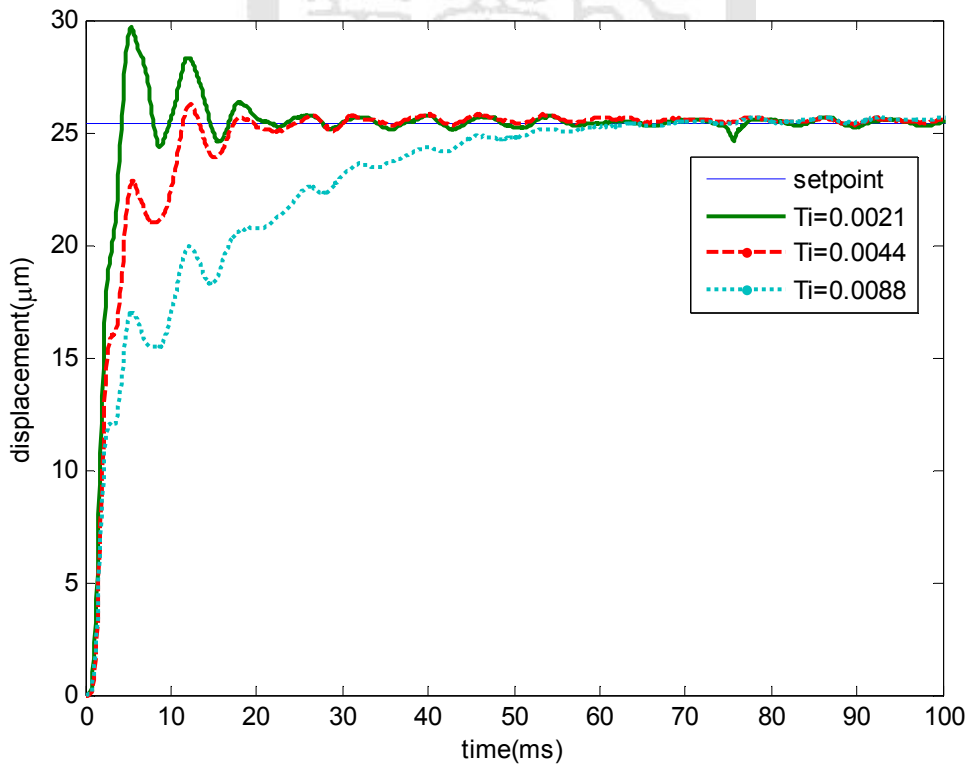
表 6.1 PID 控制器實驗參數

$K_p$	$T_i$	$T_d$
15	0.0033	0.00093

(a)



(b)



(c)

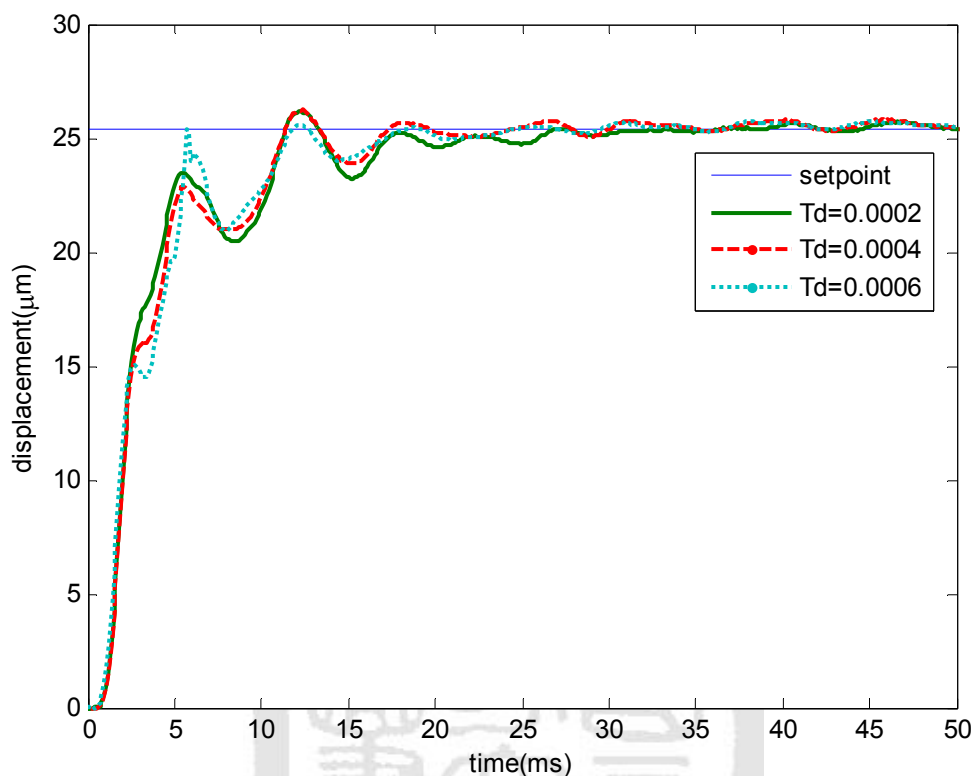


圖 6.2 PID 控制實驗參數對系統步階響應之影響(a)改變  $K_p$ (b)改變  $T_i$ (c)改變  $T_d$

以上為在不同控制器參數下的系統步階響應，我們將以上數據整理為各項性能指標，並且與第五章中的模擬結果做統整，如圖 6.3 到 6.5， $K_p$  和  $T_i$  參數變化下，實驗和模擬結果的系統響應變化趨勢一致，在  $T_d$  參數部分，模擬結果可以看出  $T_d$  過大會造成系統響應變慢和超越量過大等缺點，過小會無法抑制暫態振動，但在實驗結果可以看出  $T_d$  的變化並無造成明顯的系統響應變化，我們認為 D 控制器為微分作用，對於雜訊敏感，在實驗上  $T_d$  易造成系統響應發散或劇烈振動。

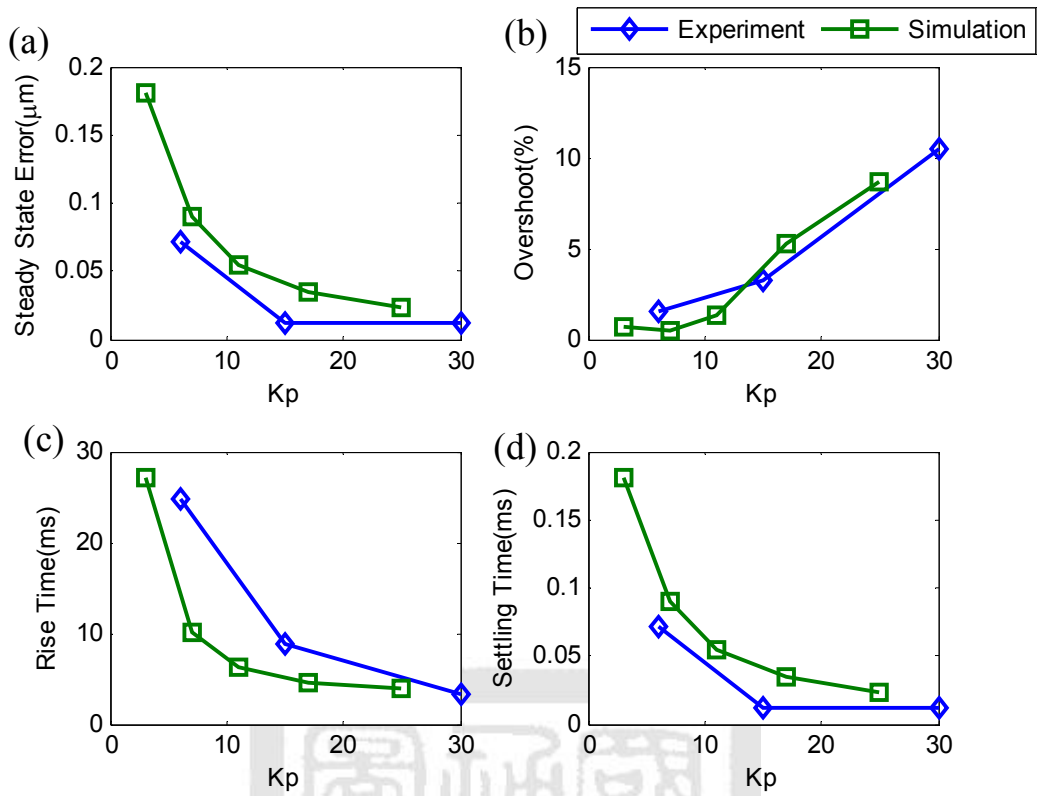


圖 6.3  $K_p$  對於步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

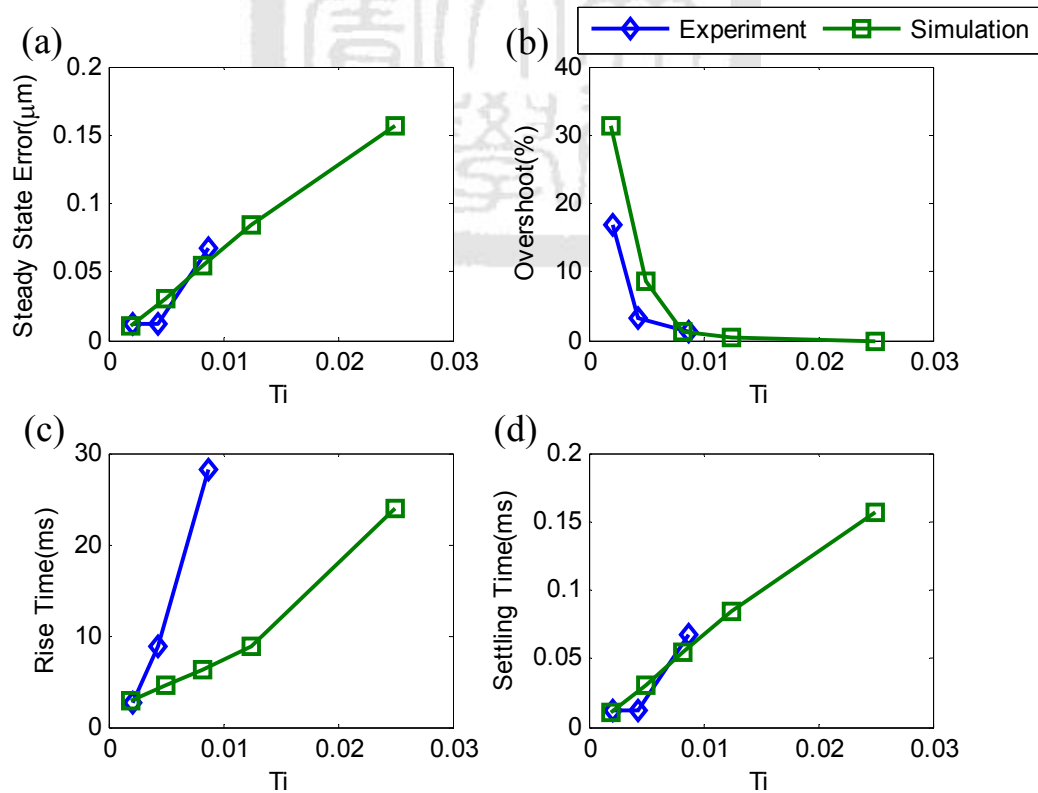


圖 6.4  $T_i$  對於步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間



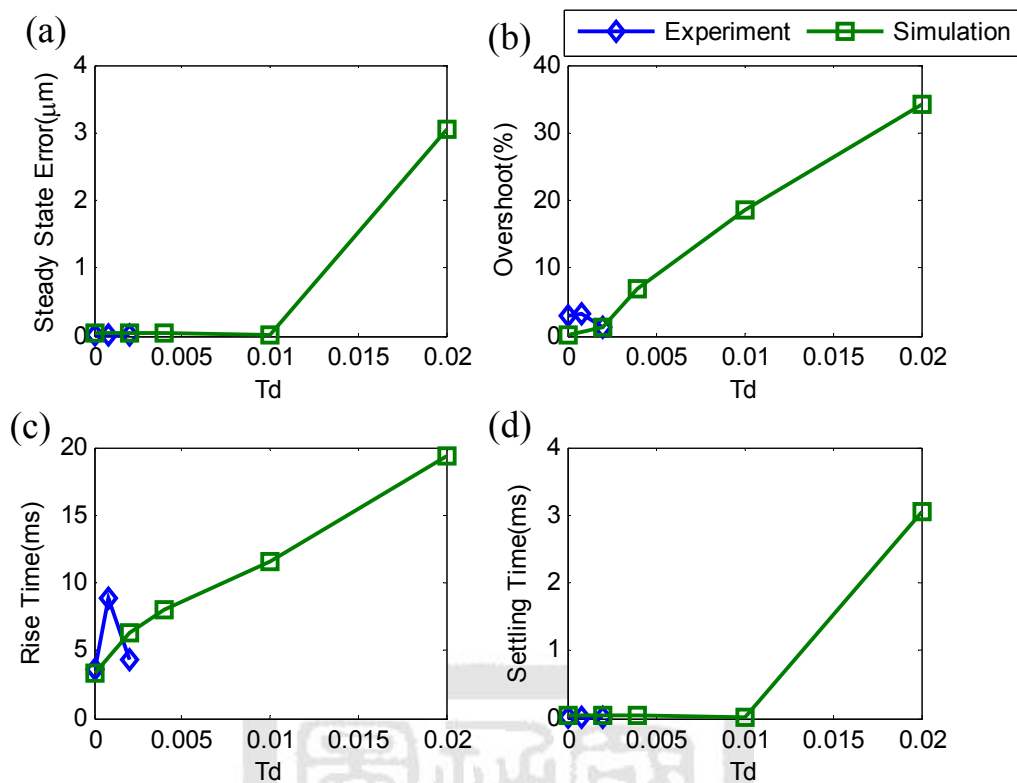


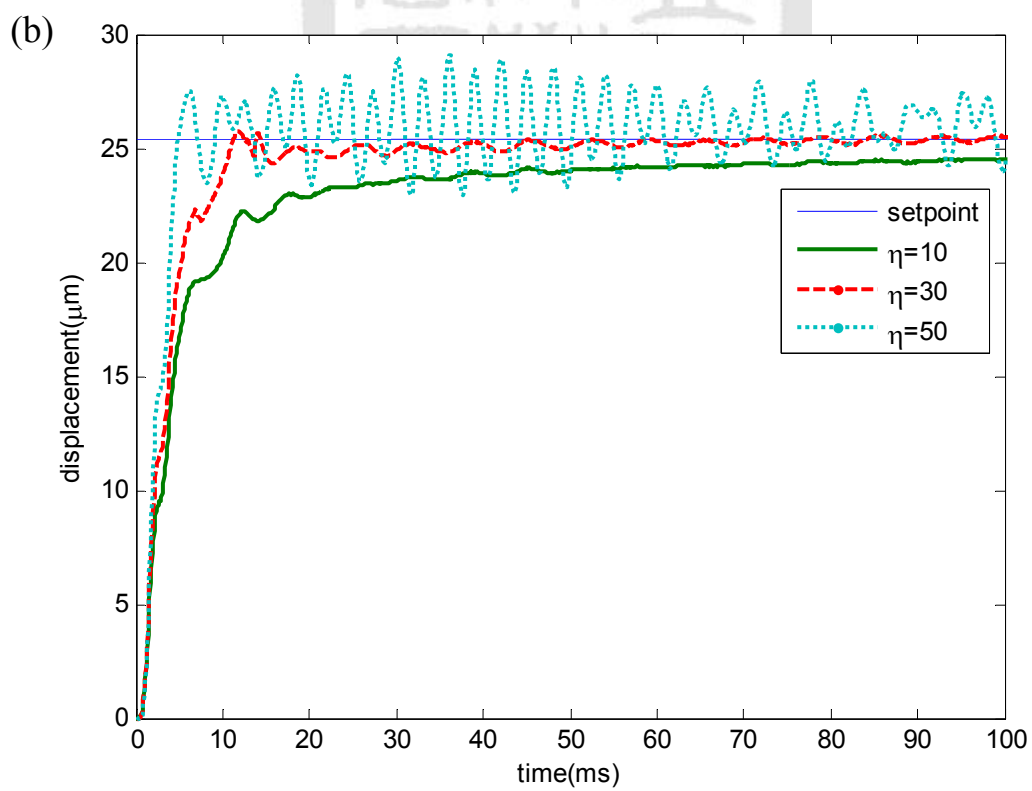
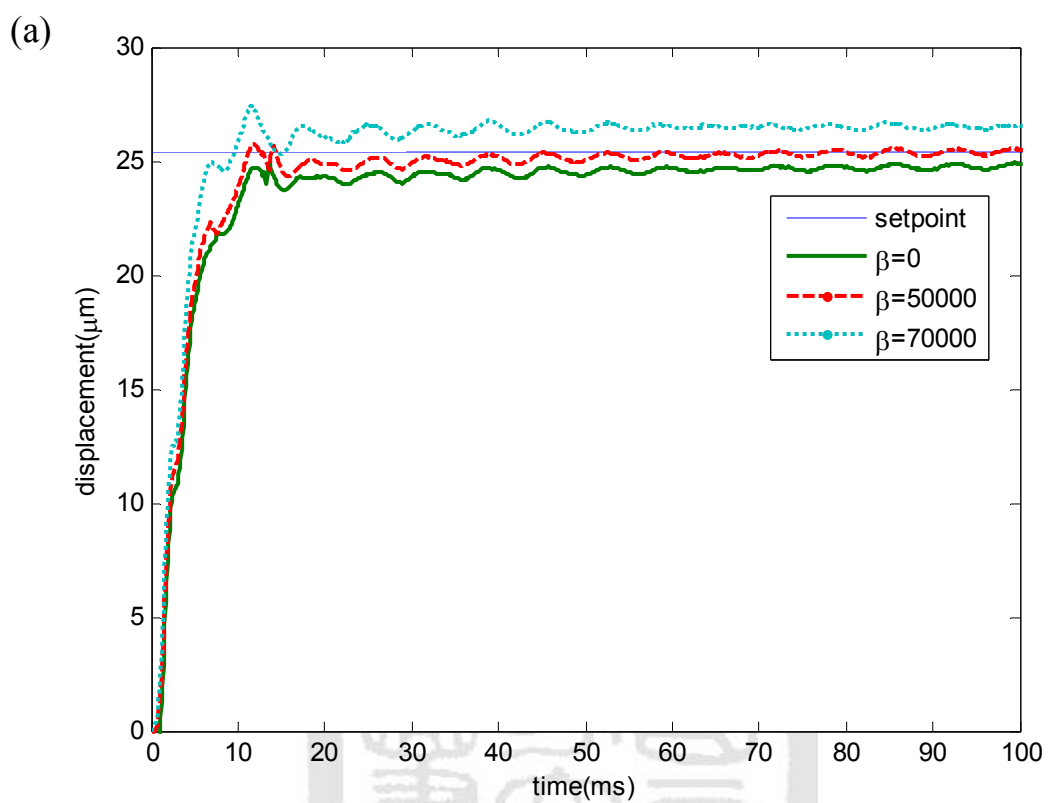
圖 6.5  $T_d$ 對於步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

### 6.2.2 ISMC 步階響應實驗

以第五章中我們所設計出 ISMC 控制器及模擬 ISMC 控制器下平台系統步階響應的結果所選出的參數，在本節中，我實現 ISMC 控制器於 FPGA 控制器上，詳細控制實驗程式在附錄 B.2，同時嘗試以不同 ISMC 參數進行實驗，如圖 6.6，驗證控制器設計，最後找出最適合的控制器參數，如表 6.2。我們將實驗數據整理為各項性能指標，並且與第五章中的模擬結果做統整，如圖 6.7 到 6.10，四項參數變化下，實驗和模擬結果的系統響應變化趨勢都一致。

表 6.2 ISMC 控制器實驗參數

$\beta$	$\eta$	$\phi$	$\lambda$
12000	30	0.0305	12000



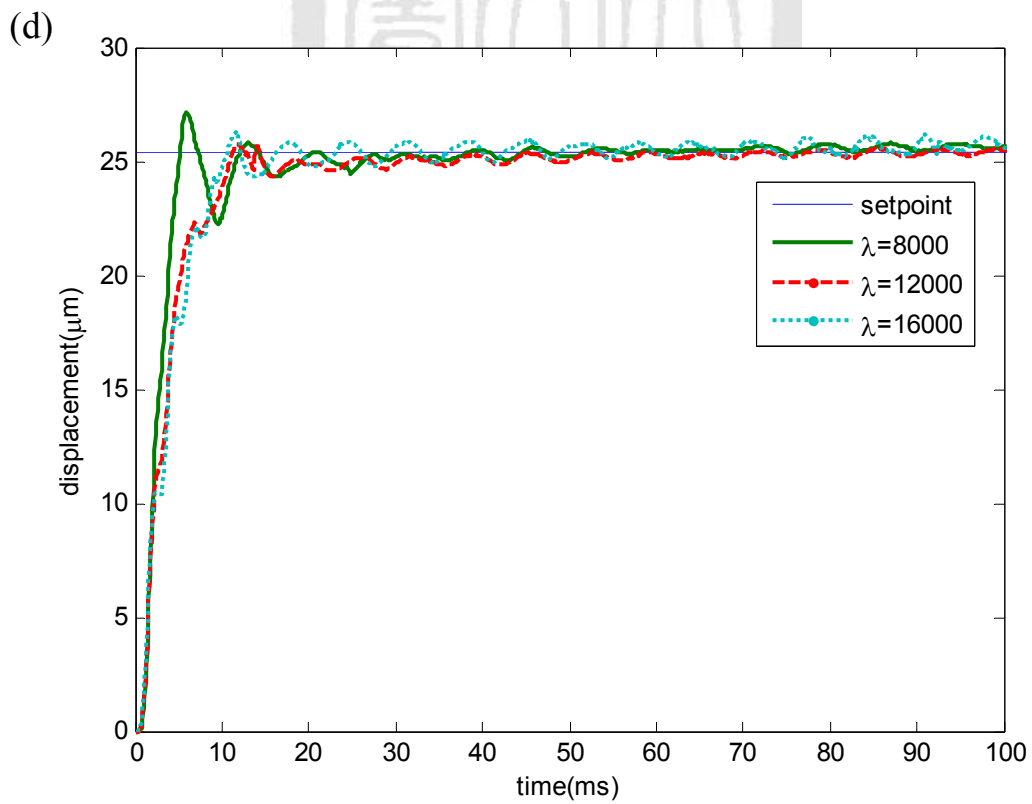
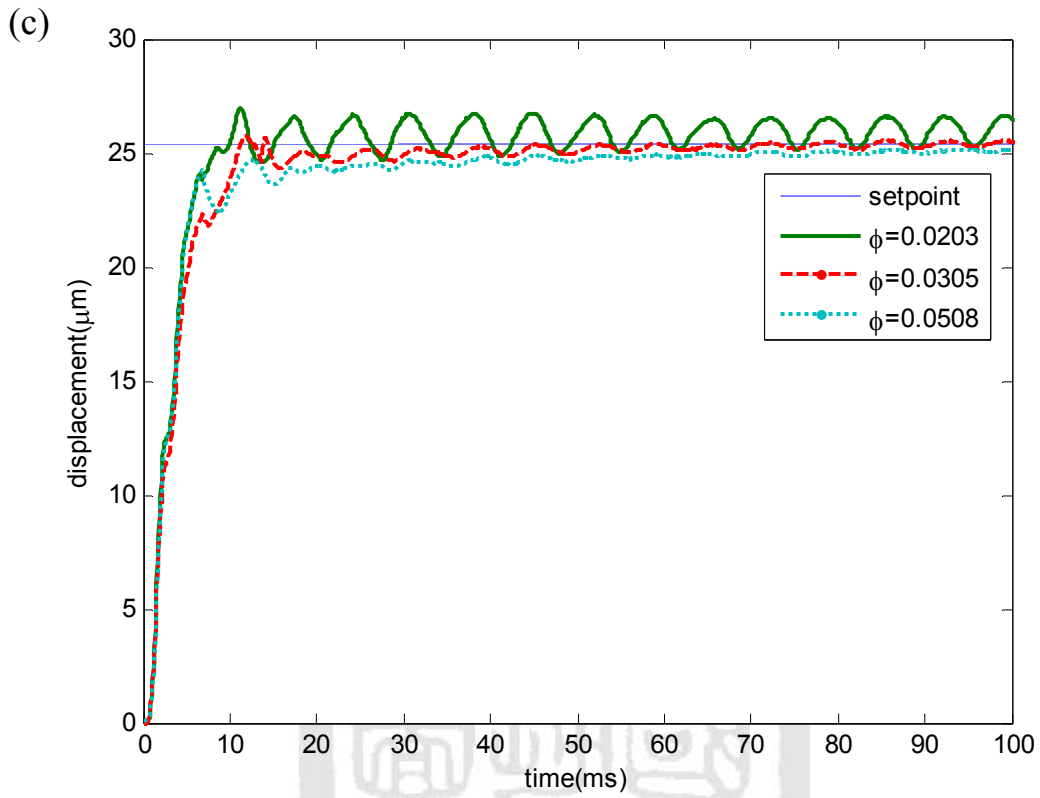


圖 6.6 ISMC 參數對步階響應之影響(a)改變  $\beta$  (b)改變  $\eta$  (c)改變  $\phi$  (d)改變  $\lambda$

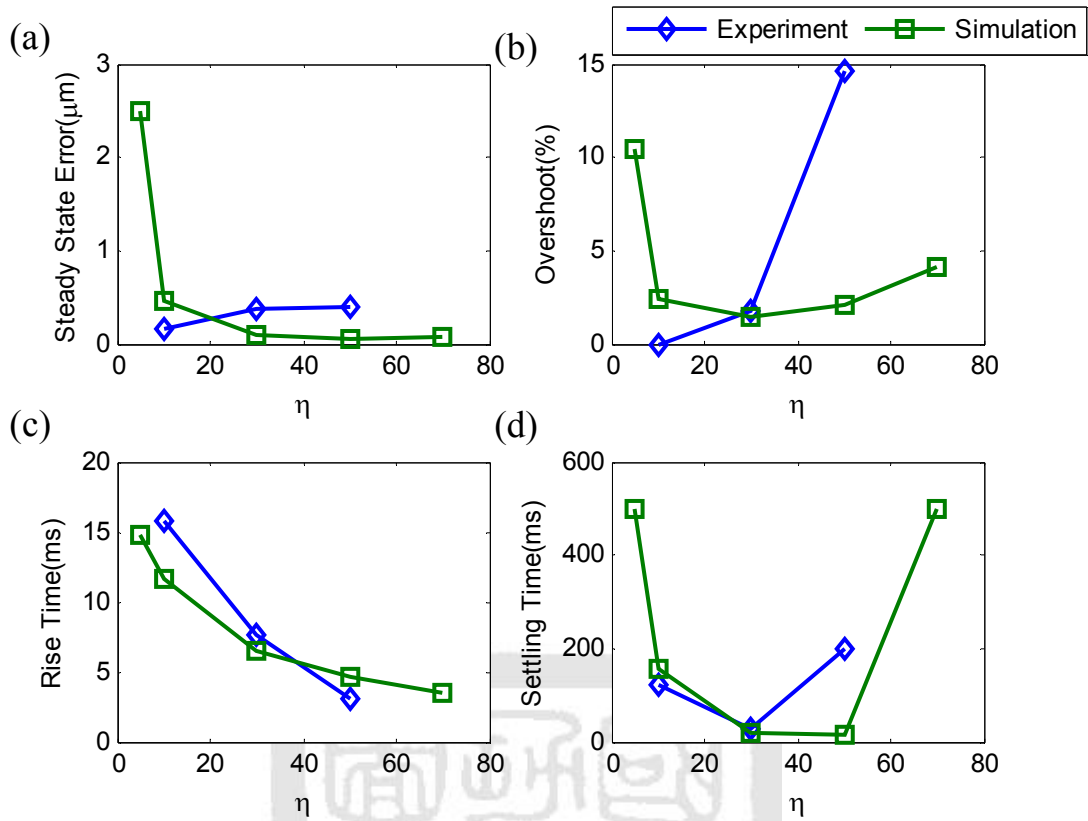


圖 6.7  $\eta$  對步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

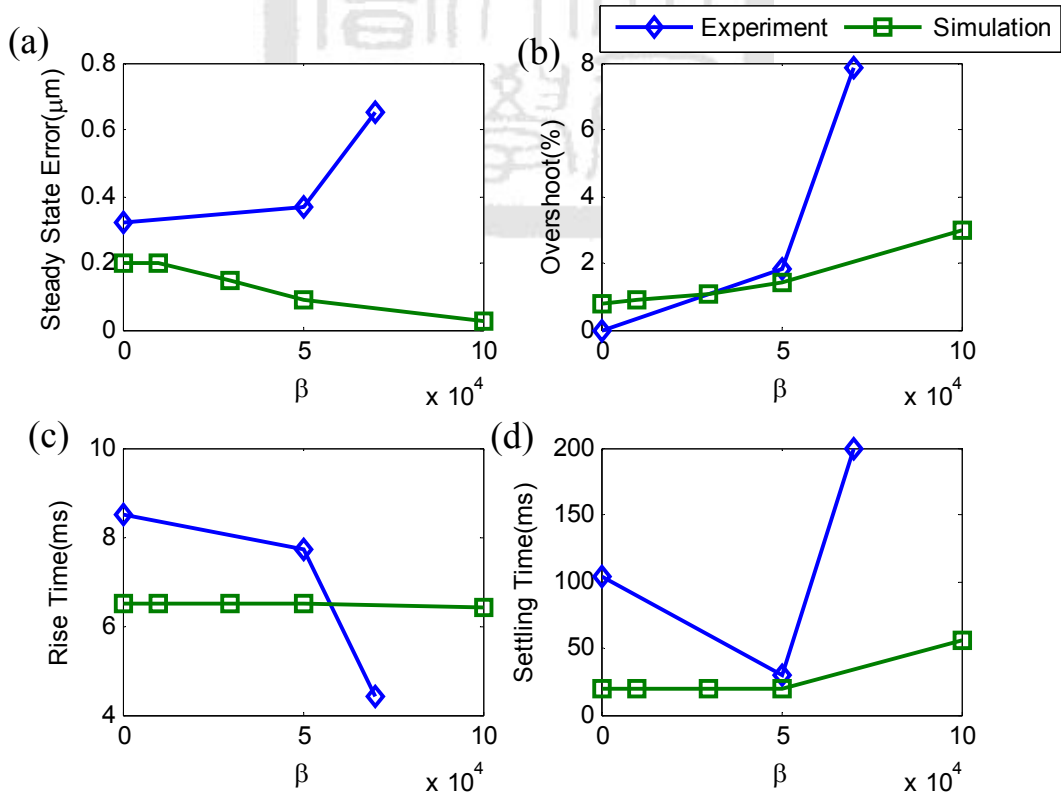


圖 6.8  $\beta$  對步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

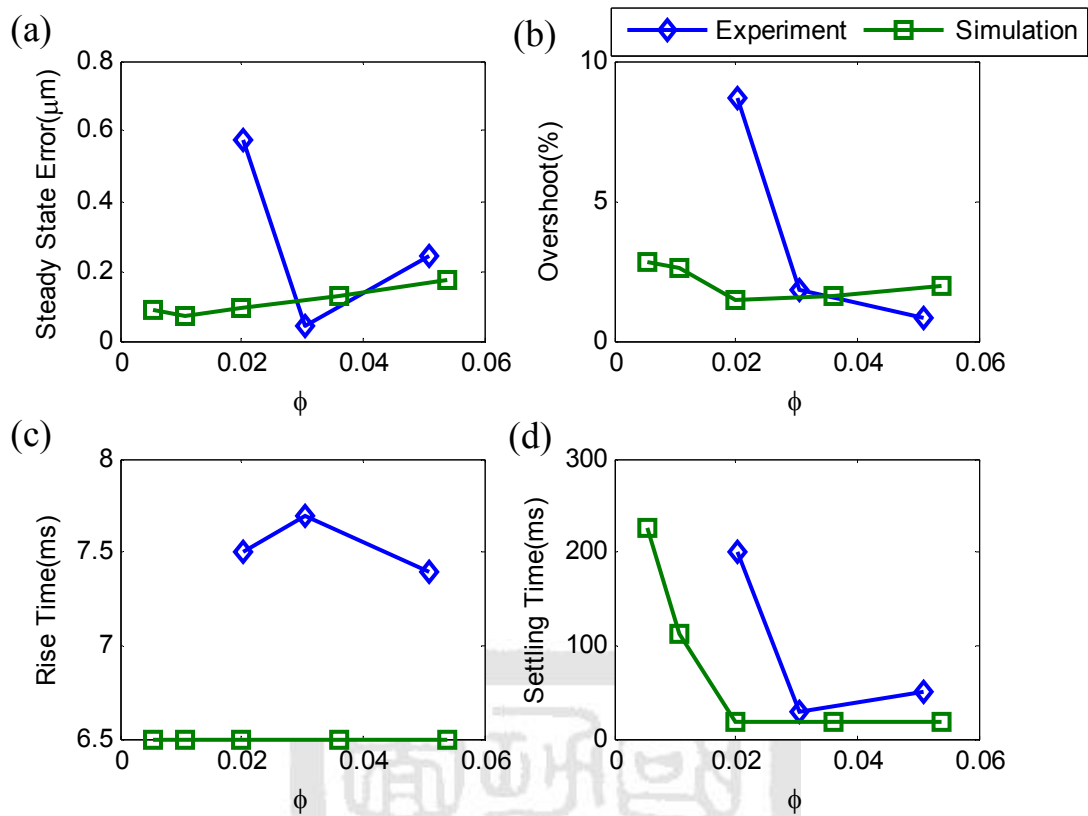


圖 6.9  $\phi$  對步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

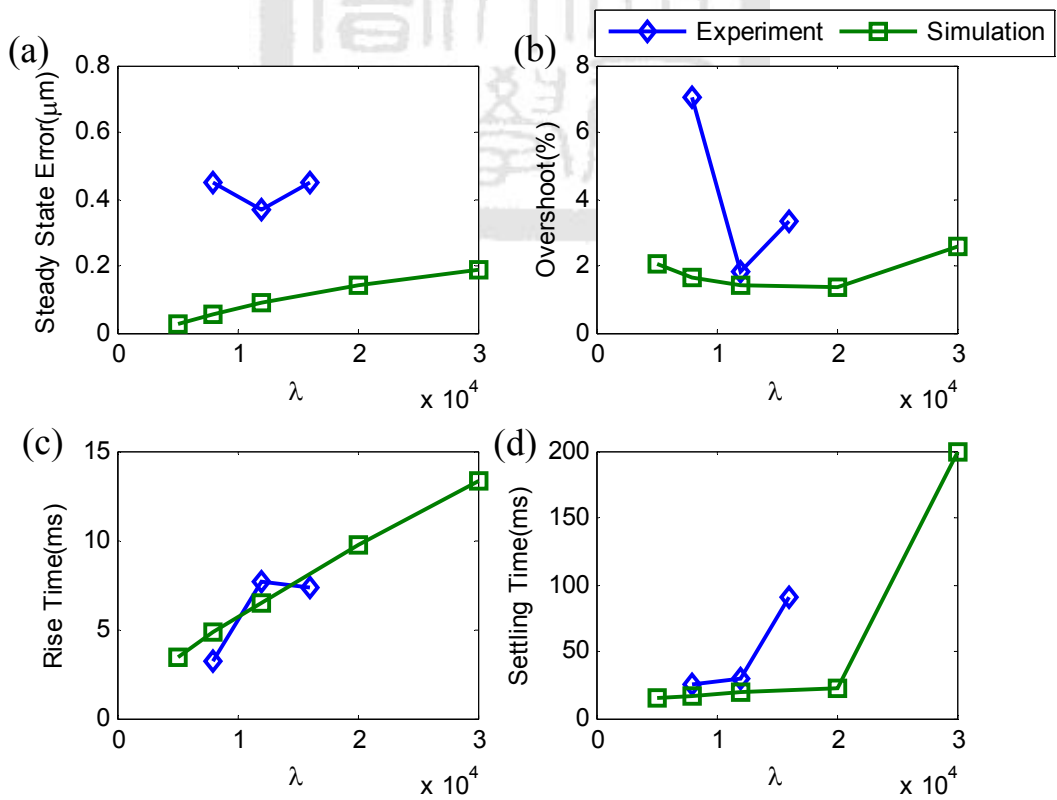


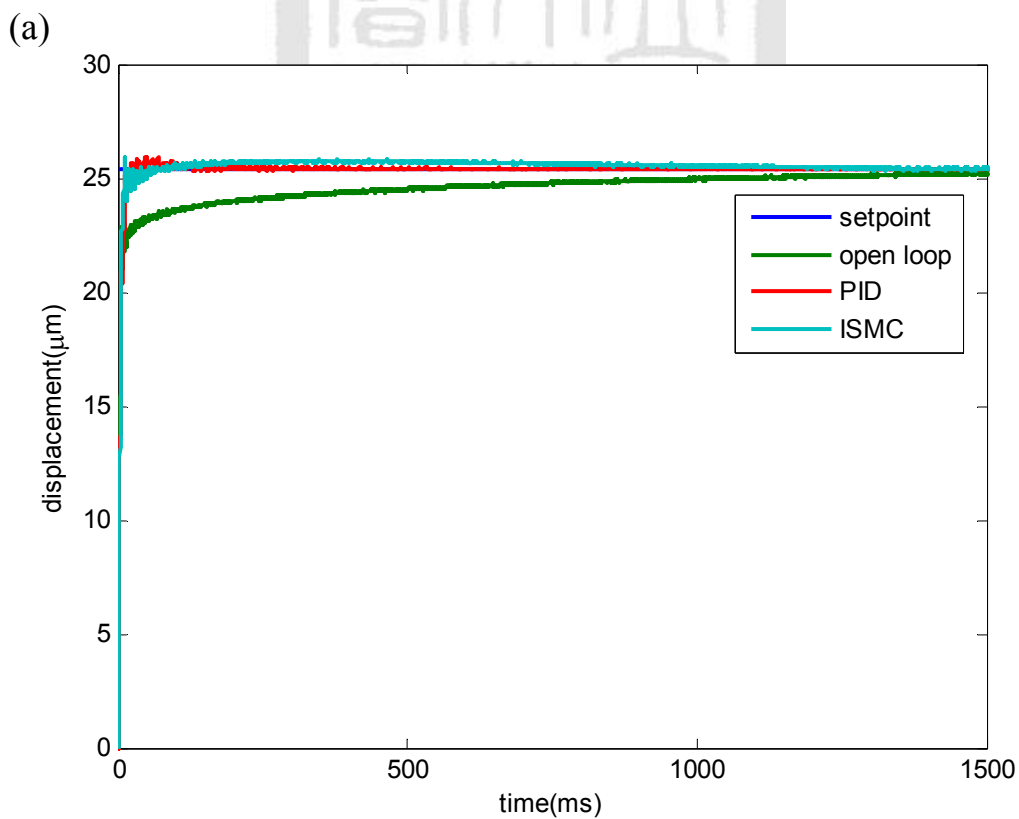
圖 6.10  $\lambda$  對步階響應性能影響(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

### 6.2.3 小結

在本論文中，我們選用 PID 和 ISMC 控制器加入平台系統形成閉迴路控制系統進行平台控制實驗，圖 6.11 為步階響應實驗結果，由於橡膠軸承應力鬆弛的特性，閉迴路響應無法快速地到達目標位置，PID 和 ISMC 控制器下，系統可以快速地到達目標位置，控制系統性能如表 6.3。

表 6.3 平台性能

	PID	ISMC
Steady State Error(nm)	13	203
Overshoot(%)	1.9	2.01
Rise Time(ms)	9	6
Settling Time(ms)	20	29



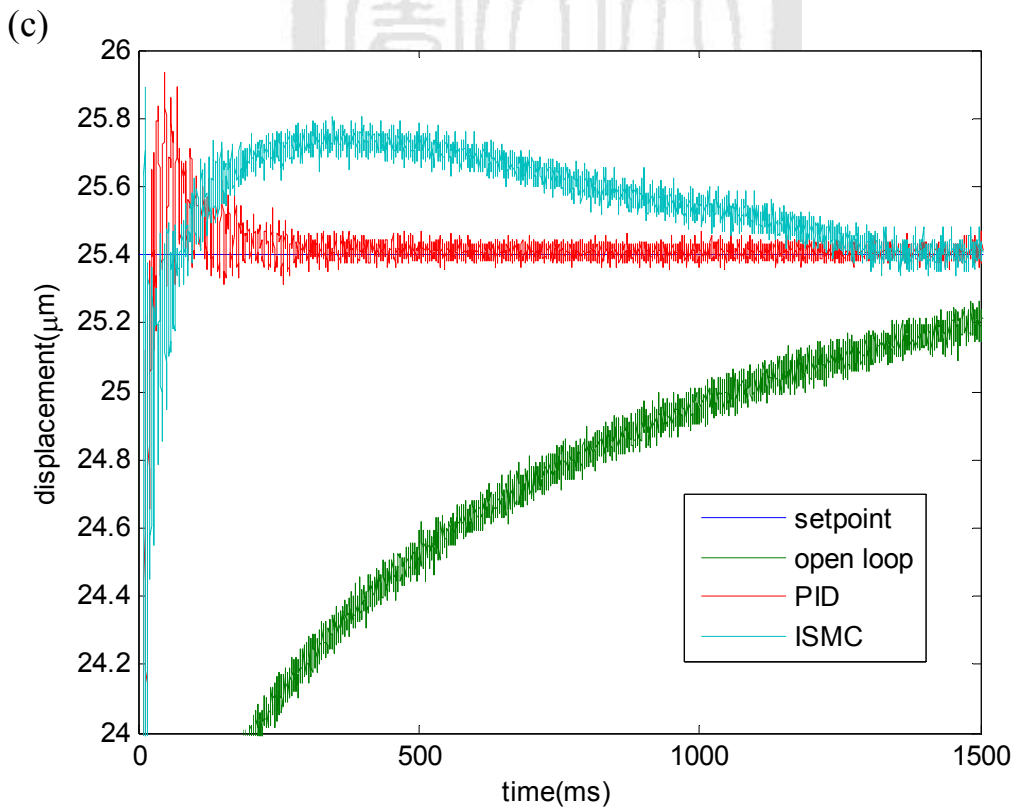
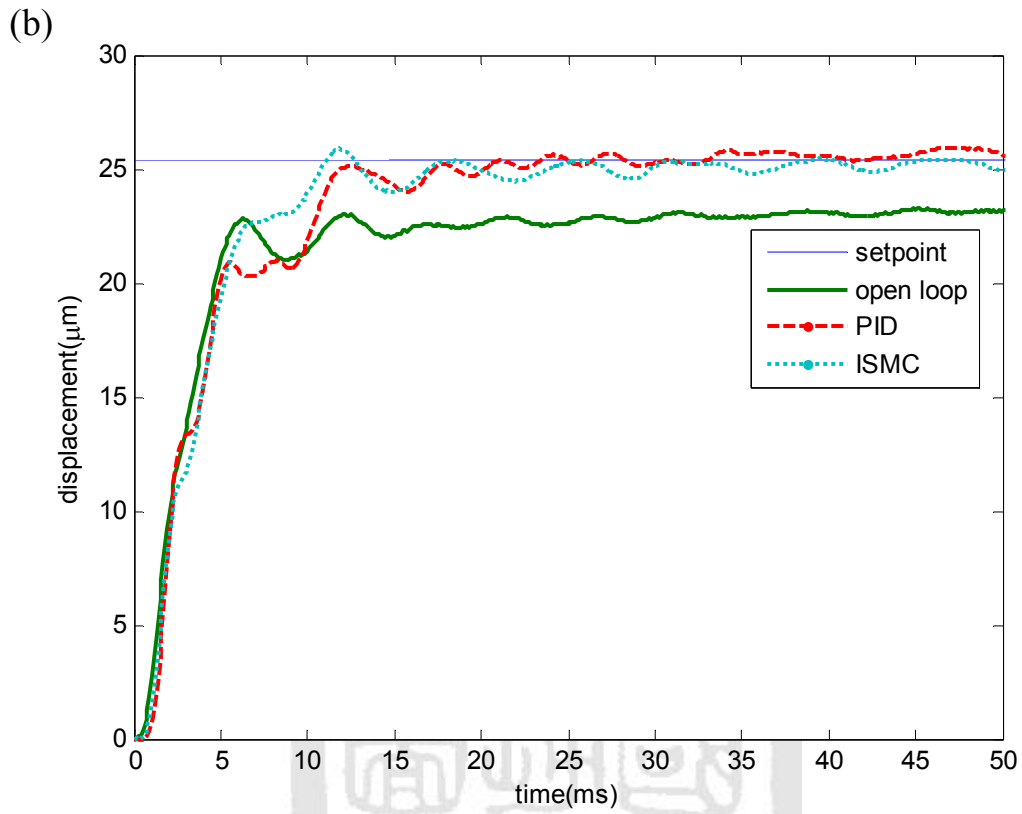
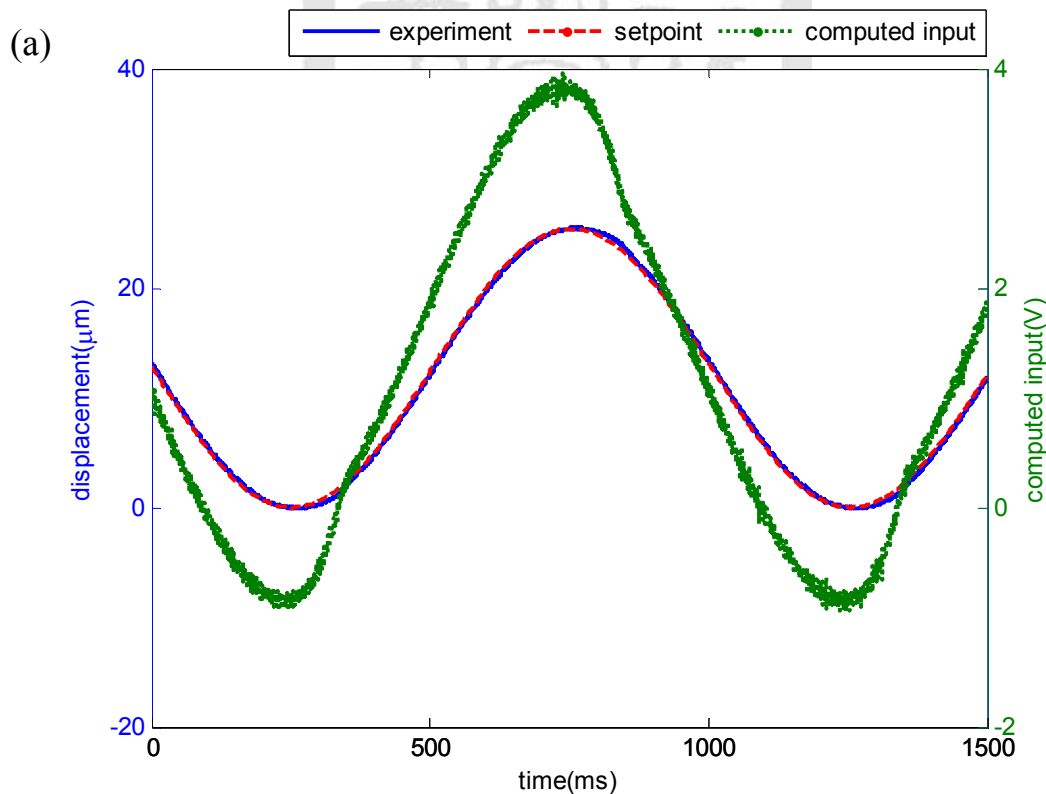


圖 6.11 系統步階響應(a)整體響應 (b)暫態響應 (c)穩態響應

### 6.3 弦波軌跡追蹤實驗

為了瞭解系統有效操作頻寬，我們以 PID 及 ISMC 控制器進行弦波軌跡追蹤，來驗證控制器對反覆切換定位的能力。並探討控制器於弦波響應下的系統等效頻寬與相位落後的關係。我們使用表 6.1、表 6.2 之參數進行弦波軌跡追蹤實驗，實驗結果如圖 6.12、6.13 所示。由實驗結果可以看出，ISMC 控制器表現出具備對非線性系統的控制能力，而能完成較理想之結果，整體系統頻寬較大。而 PID 控制器於弦波定位實驗則明顯頻寬較低。將實驗結果整理為系統 Bode 圖，如圖 6.14、6.15，以-3dB 為系統頻寬判斷基準，PID 控制器下的系統頻寬約為 27Hz，ISMC 控制器下的系統頻寬約為 350Hz。





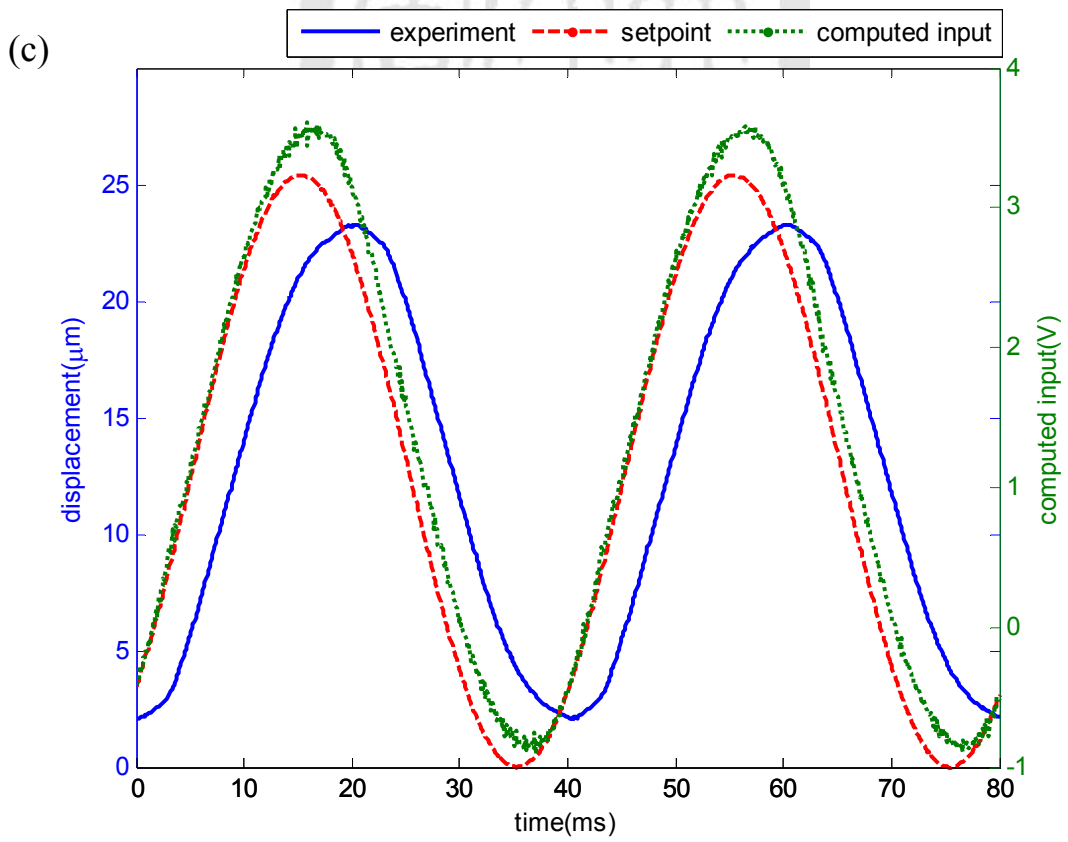
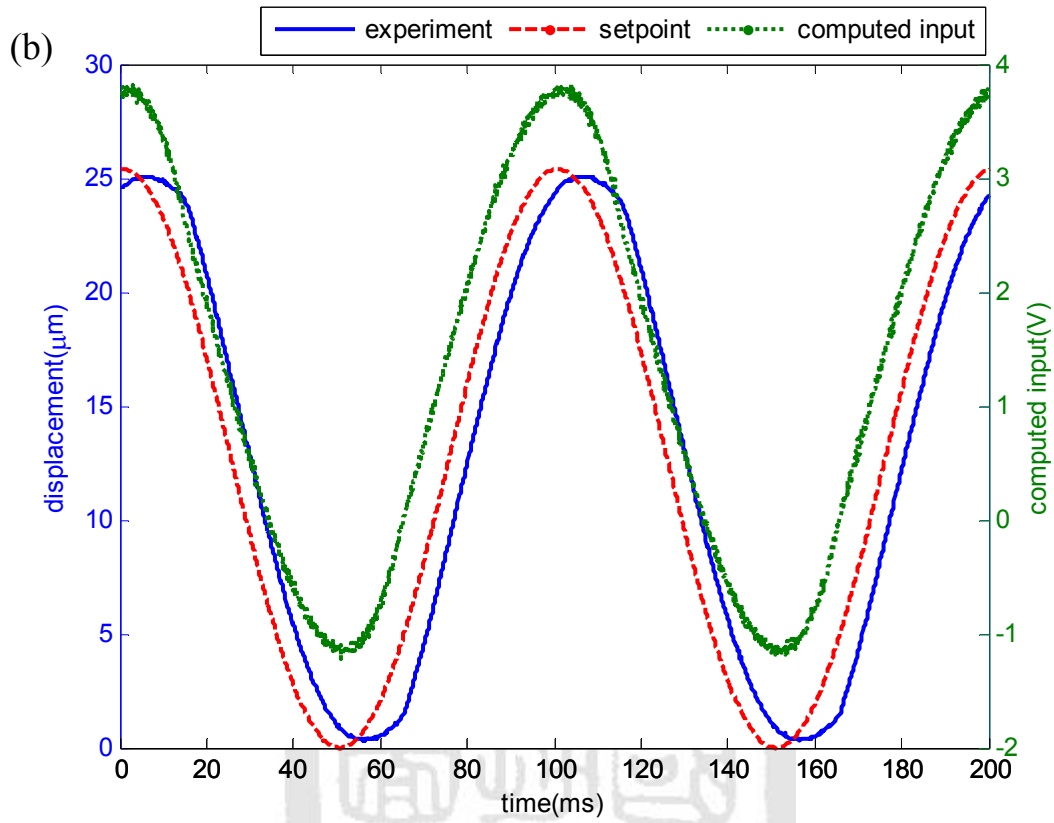
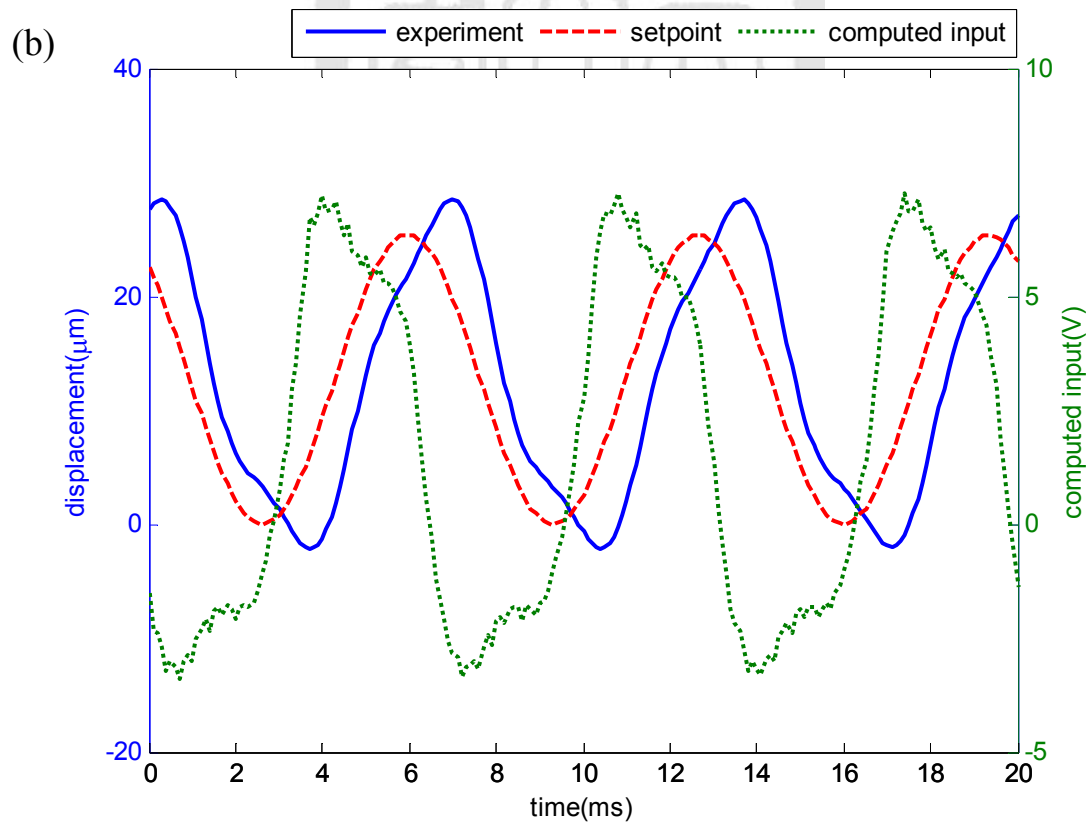
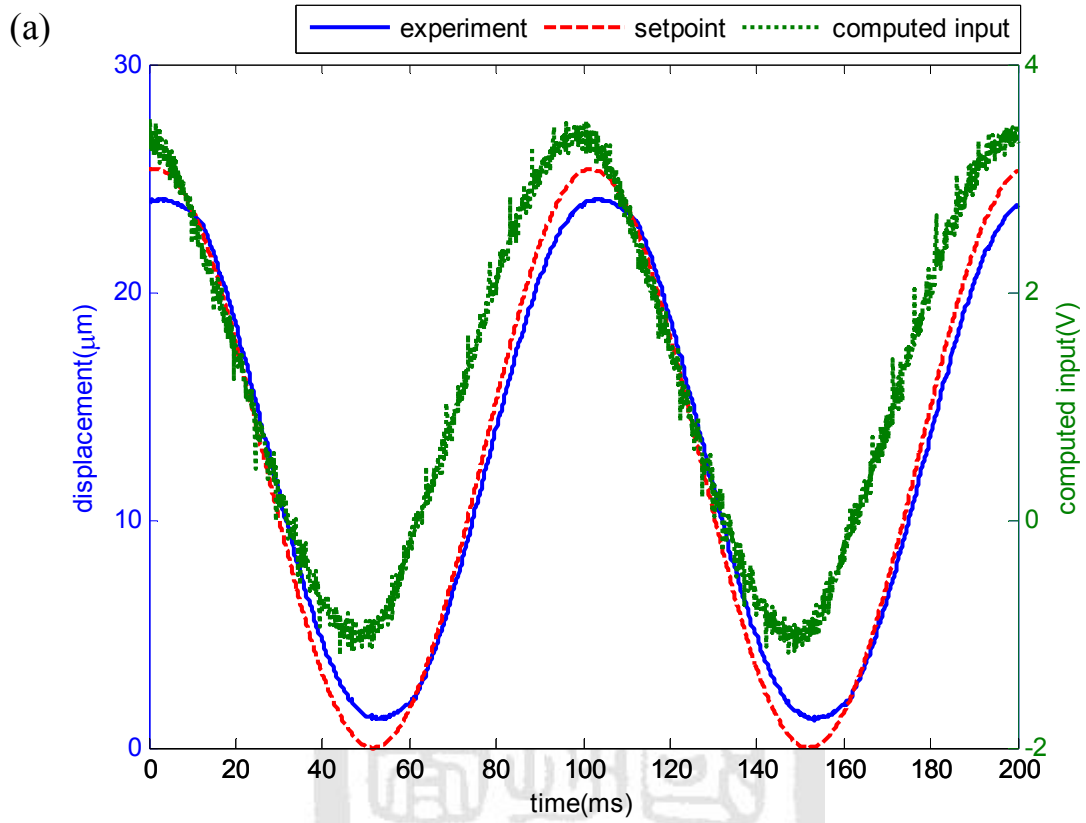


圖 6.12 PID 控制系統弦波軌跡追蹤實驗(a)1Hz (b)10Hz (c)25Hz



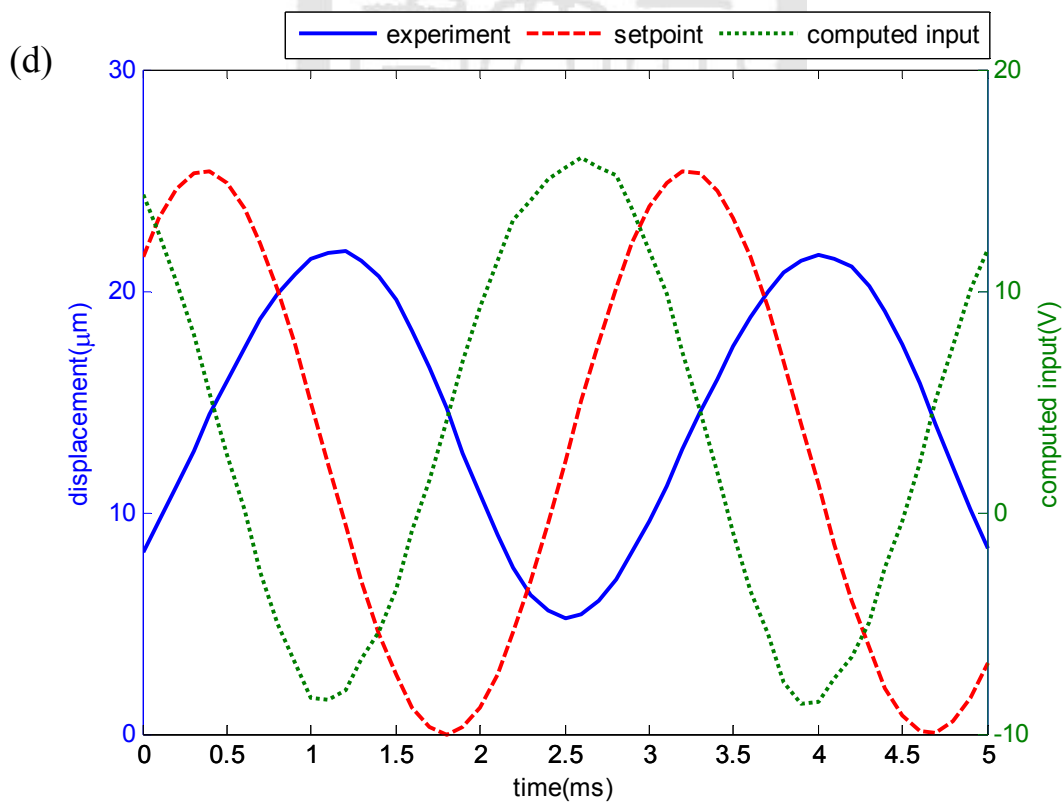
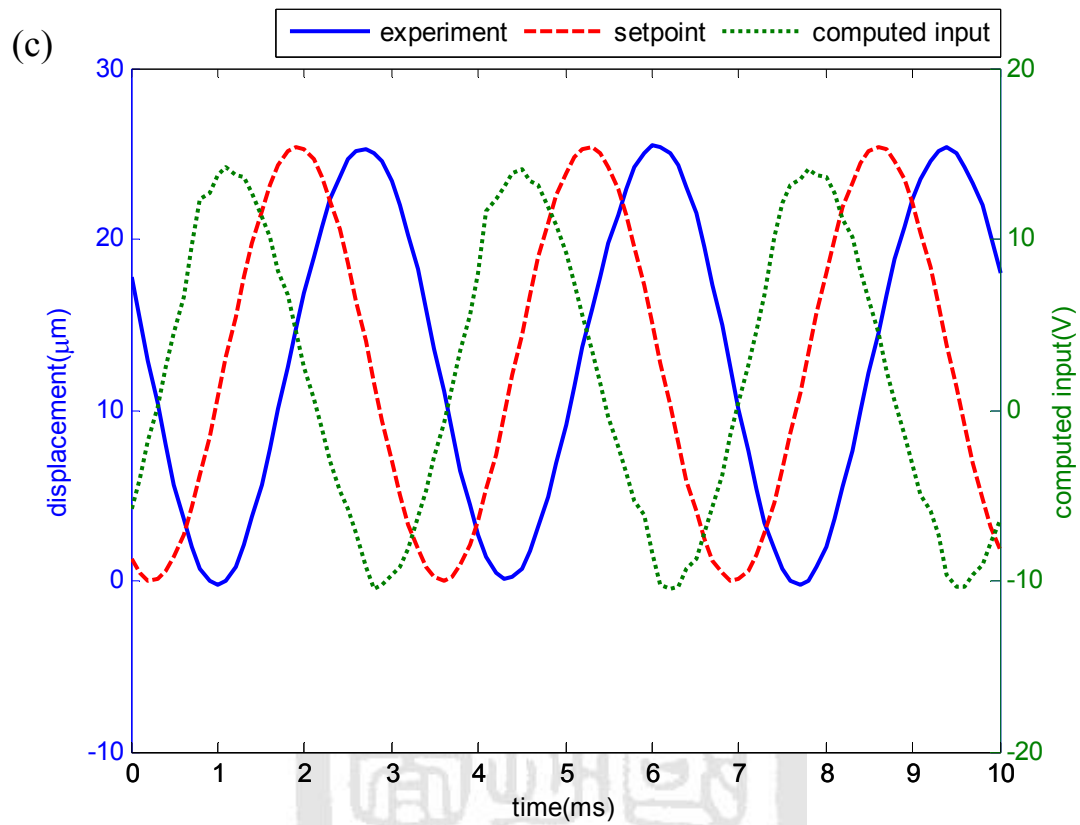


圖 6.13 ISMC 控制系統弦波軌跡追蹤實驗  
(a)10Hz(b)150Hz (c)300Hz(d)350Hz

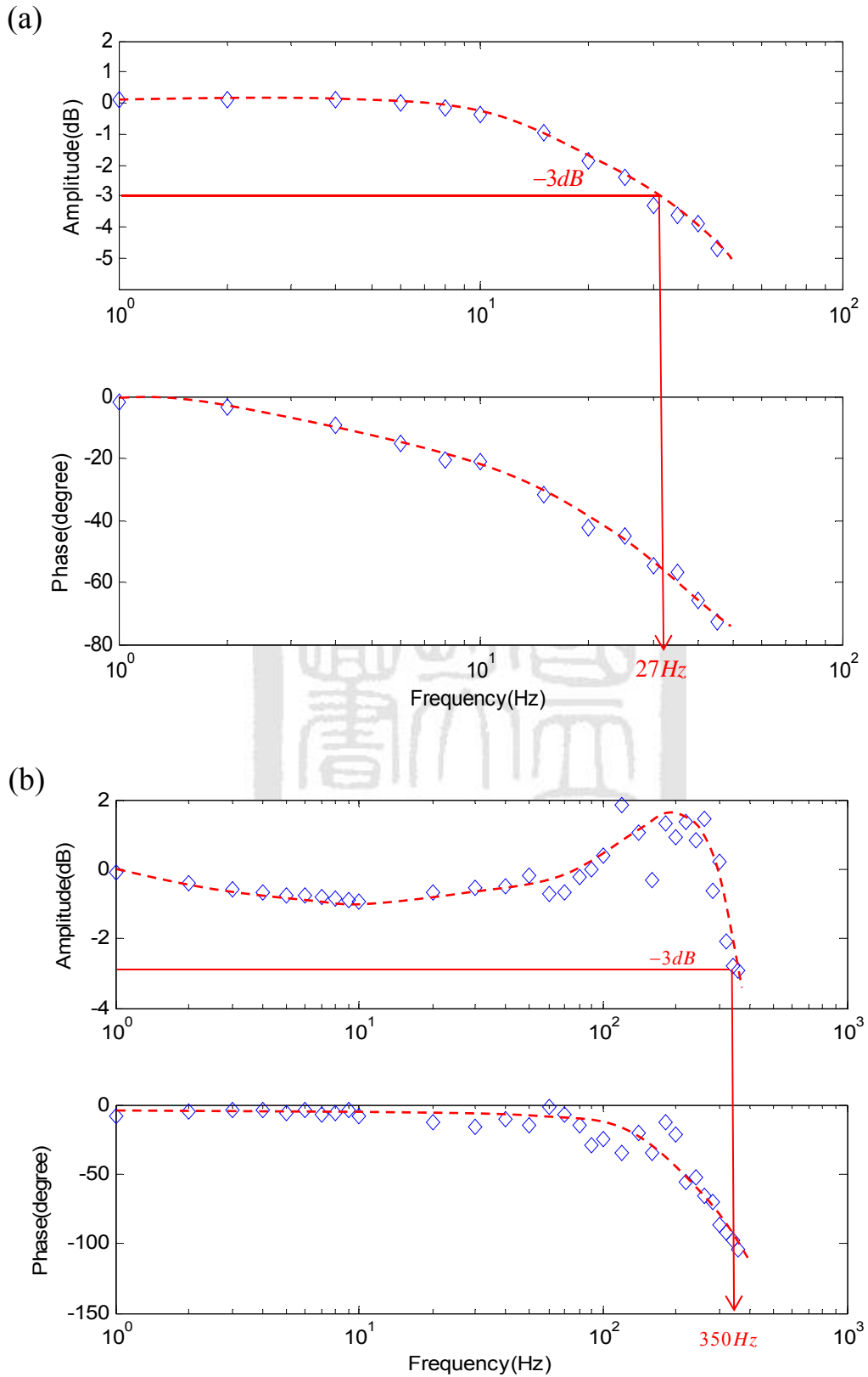
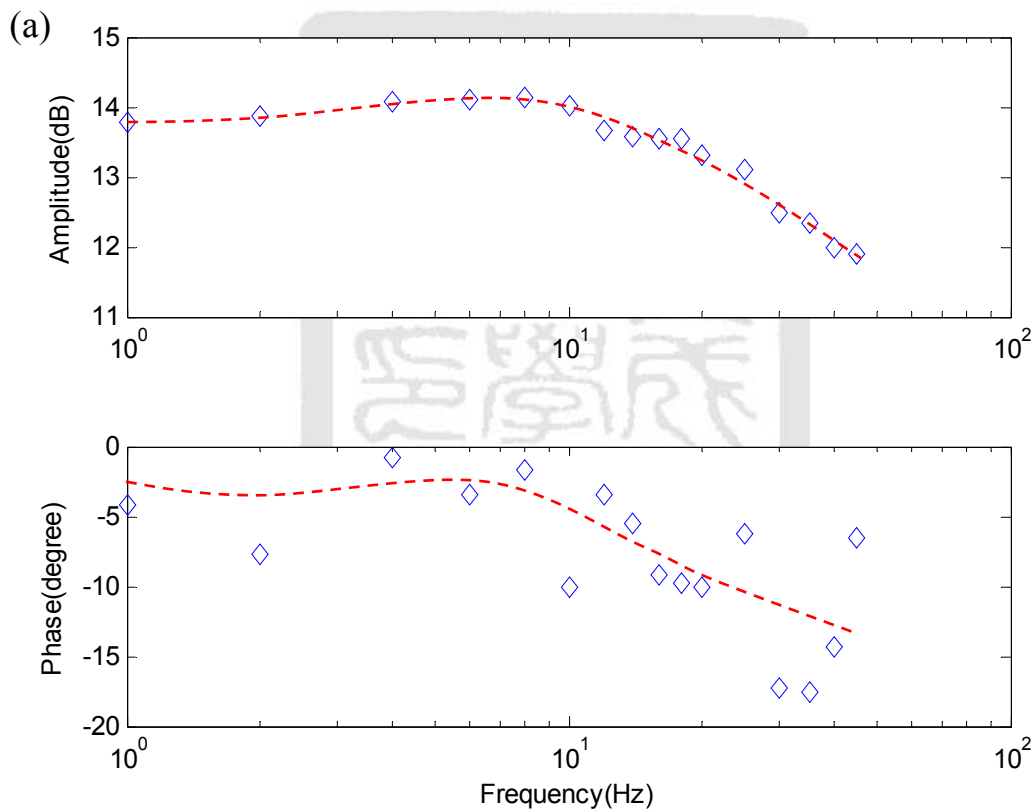
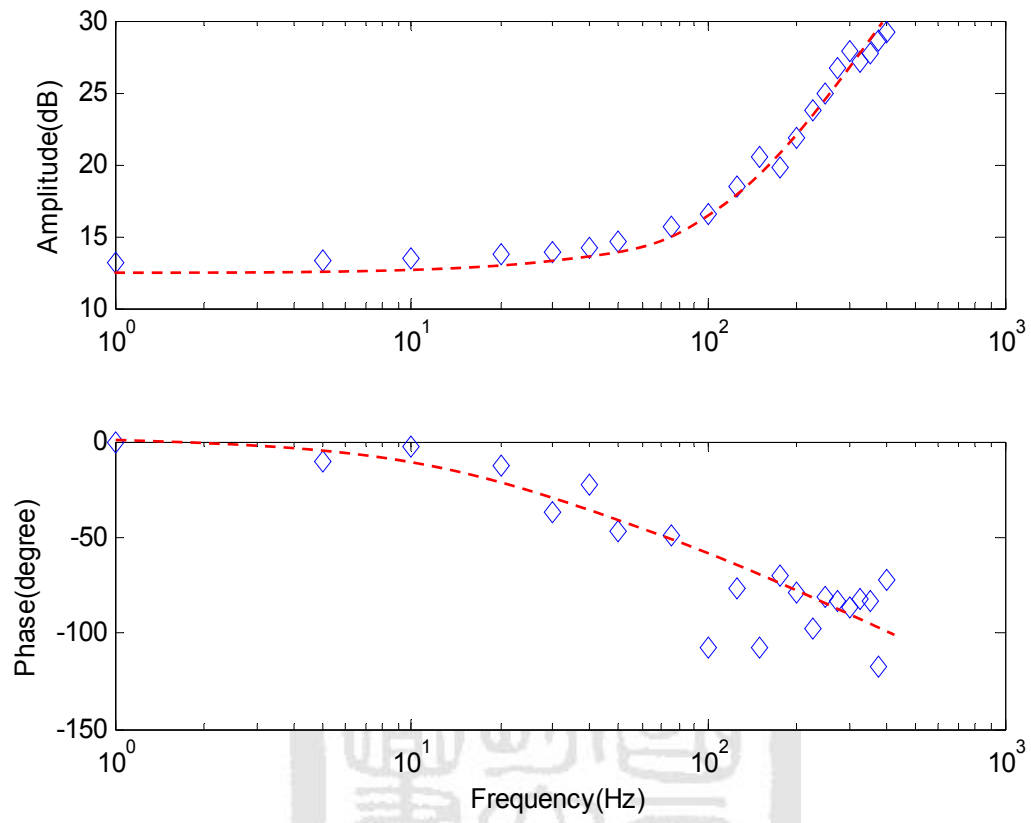


圖 6.14 閉迴路控制系統 Bode 圖(a)PID 控制器 (b)ISMC 控制器

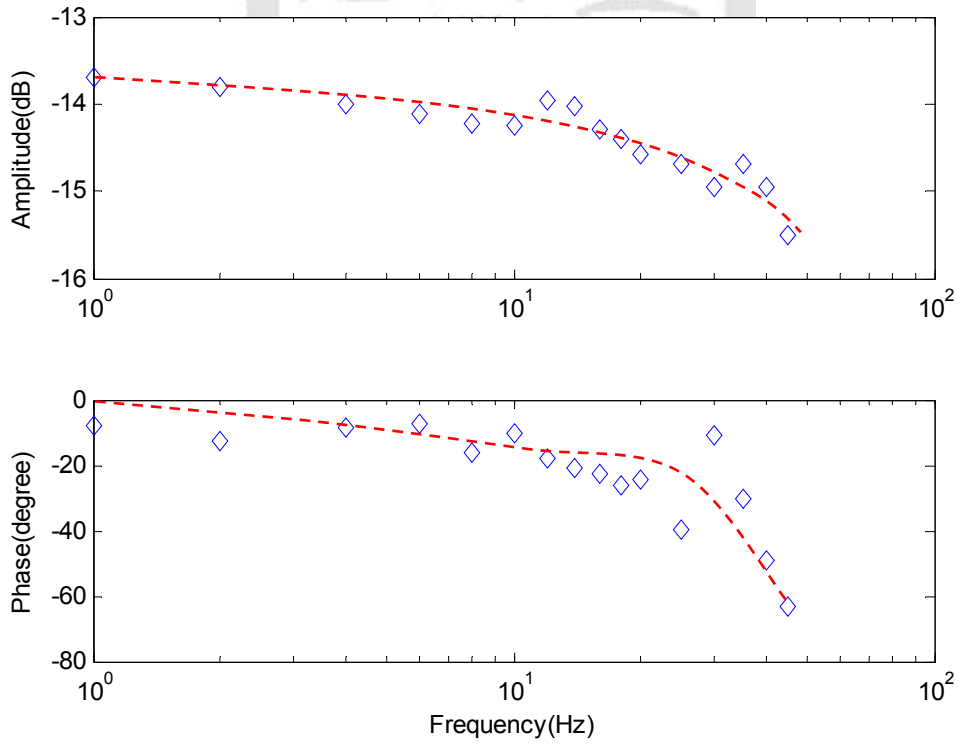
為探討 ISMC 控制下系統頻寬大幅提升之原因，在弦波軌跡追蹤實驗中，觀察經過控制器計算後的控制輸入(computed input)和參考位移輸入(reference input)及位移輸出(displacement output)之間的頻率響應關係，如圖 6.15，從控制輸入和參考位移輸入之間的頻率響應，如圖 6.15(a)(b)，可以發現當參考位移輸入的頻率越高，ISMC 控制輸入會高，而 PID 控制輸入越低，判斷因此在 ISMC 控制下能提升系統頻寬。



(b)



(c)



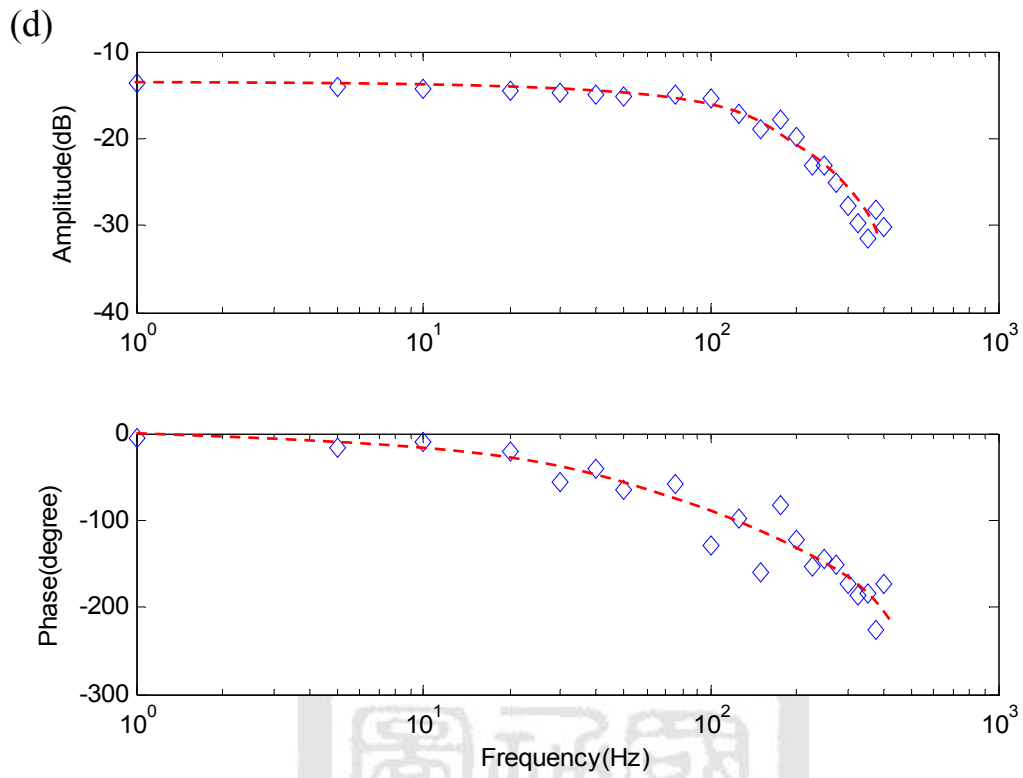


圖 6.15 頻率響應(a)PID 控制器下參考位移對於控制輸入 (b) ISMC 控制器下參考位移對於控制輸入(c)PID 控制器下位移輸出對於控制輸入 (d) ISMC 控制器下位移輸出對於控制輸入

## 6.4 平台強健性實驗

為了解平台控制系統的強健性，我以實驗上較易操作的負載變化實驗來對系統強健性做進一步了解，且平台在應用上需負載試件或機器，為了解系統的負載能力，我們在平台上裝上不同重量的夾具，夾具重量分別為 56g、103g、156g，以 6.2 節中所設計的控制器參數進行步階響應實驗，如圖 6.15，藉由觀察步階響應的各項性能了解在負載重物下系統的強健性，如圖 6.16，我們可以從實驗結果看出以實驗所負載的重量並不會有重大的影響，從實驗結果可以看出 PID 和 ISMC 控制器對於負載的反應不同。

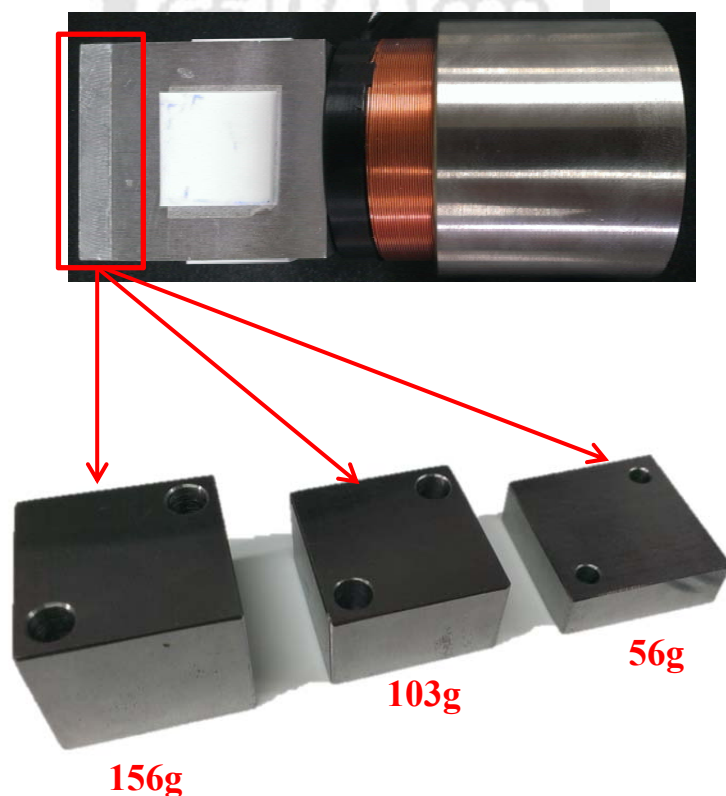


圖 6.16 負載實驗平台夾具



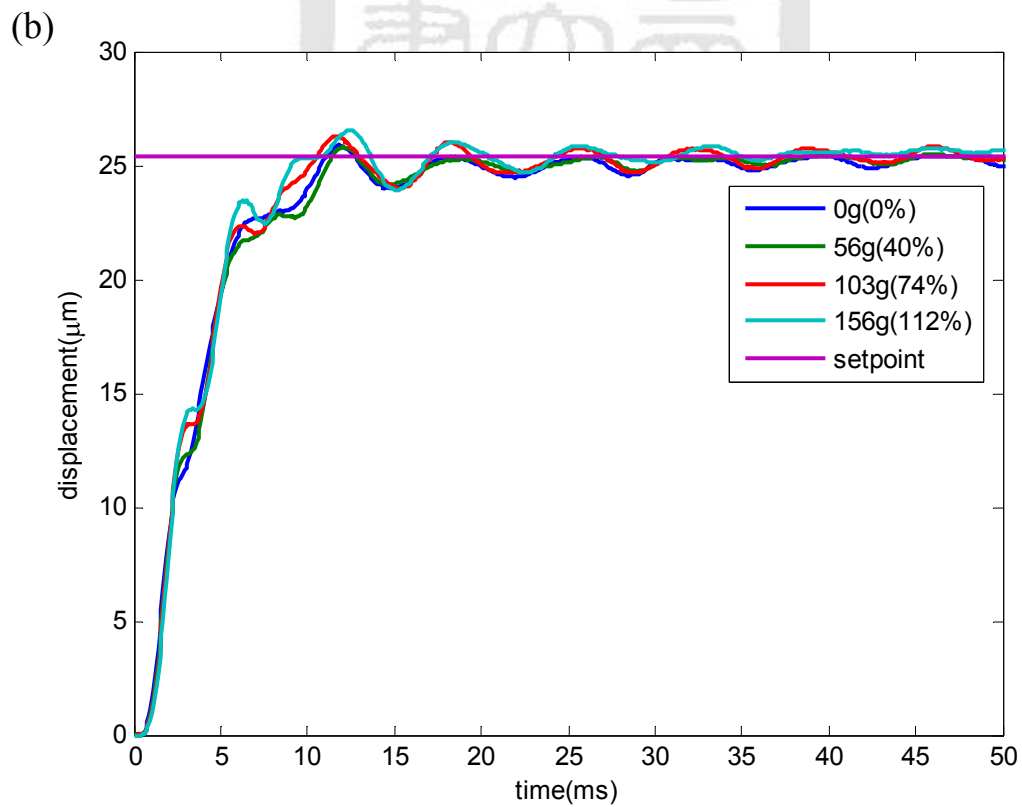
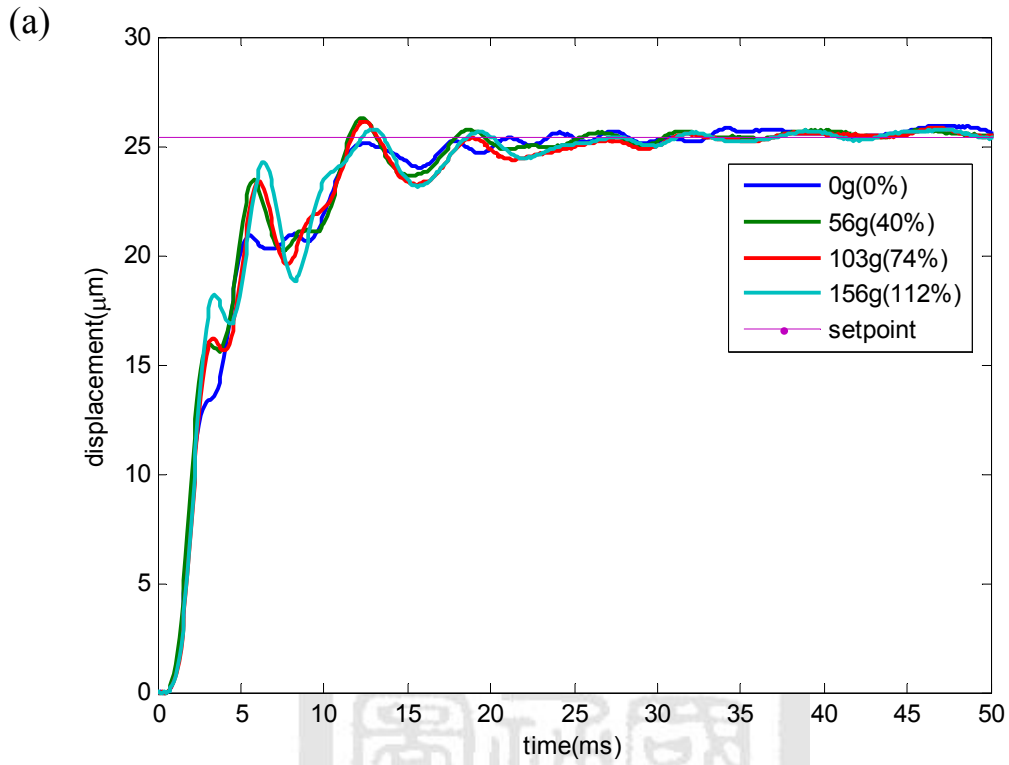


圖 6.17 負載性能實驗(a)PID 控制器 (b)ISMC 控制器

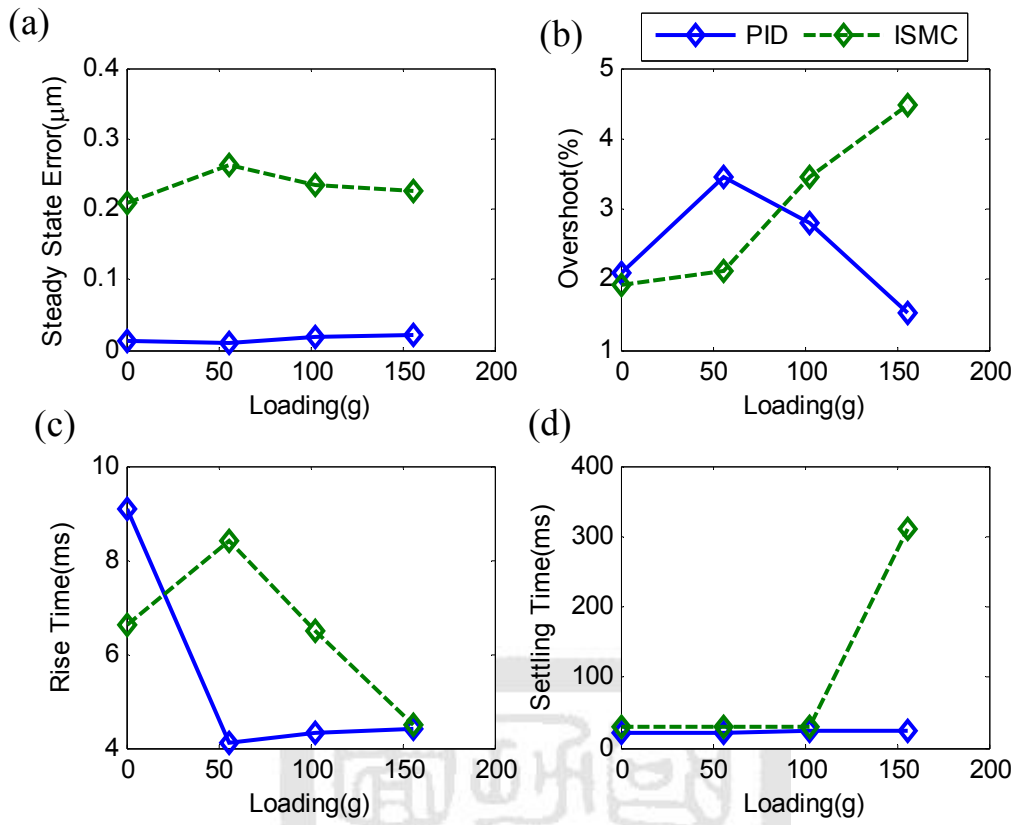


圖 6.18 負載實驗步階響應性能(a)穩態誤差(b)超越量(c)上升時間(d)安定時間

## 6.5 本章結論

在本章中，實現第五章中所設計的控制系統，並針對控制系統性能進行步階響應實驗、弦波軌跡追蹤實驗、負載性能實驗，藉由實驗數據了解平台性能，PID 和 ISMC 控制下分別能達到安定時間 20 ms 和 29 ms，上升時間 9 ms 和 6 ms，雖然 ISMC 速度較快，但 PID 較快達到穩態，PID 可以達到 13 nm 的定位精度，ISMC 的定位精度為 203 nm，定位精度 PID 較佳。從暫態觀察，PID 和 ISMC 的超越量都在 2%，PID 的收斂速度較 ISMC 來的快一些，故 PID 控制器的定位誤差較小。ISMC 控制系統約可以達到 350Hz 頻寬，PID 控制系統約可以達到 27Hz 頻寬。系統對於負載的反應並不是很明顯，兩個控制器的變化趨勢也不相同但變化都不大，控制系統對負載的強健性高。在第七章中，將依據實驗結果進行更進一步的討論。

## 第七章 研究結果與討論

### 7.1 全文歸納

本論文基於橡膠軸承設計一新型一維精密定位平台。依本文之內容可分為橡膠軸承定位平台之設計、平台動態測試與建模、控制器設計與模擬、平台控制實驗四部分，以下我們總結全文重點分為以下三部分：

#### ● 橡膠軸承定位平台設計與分析

藉由橡膠材料的剛性特性，設計形狀達到高非等向性剛性比，本論文成功以橡膠軸承取代撓性機構設計新型精密定位平台，並針對橡膠軸承的機械性質以非黏彈力學方法進行建模，以黏彈力學剛性模型建立非線性時變剛性模型，使用應力鬆弛實驗瞭解橡膠軸承的剛性變化，並以 Prony 數列整理應力鬆弛實驗數據，找出相對應的黏彈力學剛性模型係數，且由於系統無法以對數衰減法方式瞭解系統的阻尼係數，我們以開迴路步階響應實驗搭配 Simulink 模擬來求得系統阻尼係數，由以上方法建立平台模型，故我們建立一套針對橡膠軸承建模的方法。

#### ● 控制器設計方法評論

首先我們以PID控制器控制平台系統，PID控制器為一般最常使用的控制器，視平台系統為一三階系統，以此模型使用ZN法設計PID控制器參數，以PID控制器強健性對抗剛性變化，控制平台系統。在過去本研究團隊以SMC控制定位平台系統有不錯的性能，故本文也嘗試使用SMC控

制器，但由模擬結果發現SMC無法有效對抗平台剛性變化，造成定位效果不佳，所以引入ISMC進行平台控制，ISMC相較於SMC，在順滑面函數中增加一項對於誤差的積分項，提升對於誤差的壓制力對抗平台剛性變化。

## ● 平台控制實驗性能評論

本節將針對平台開迴路以及加入控制器之後的定位能力與性能作總結，分別進行步階響應、弦波軌跡追蹤實驗以及負載性能實驗來討論：

### ➤ 步階響應

橡膠軸承定位平台系統剛性具有黏彈材料的應力鬆弛現象，剛性隨著操作時間而降低，開迴路步階響應很明顯地系統無法在應力鬆弛現象結束前到達目標位置，導致安定時間長達880 ms，在加入控制系統後，系統能夠快速地到達目標位置，PID和ISMC控制下分別能達到安定時間20 ms和29 ms，上升時間9 ms和6 ms，雖然ISMC速度較快，但PID較快達到穩態，PID可以達到13 nm的定位精度，ISMC的定位精度為203 nm，定位精度PID較佳。從暫態觀察，PID和ISMC的超越量都在2%左右，從圖6.11可以看出當有超越量時，系統因應力鬆弛現象無法快速收斂到定位目標，但PID收斂速度較ISMC來的快一些，故PID控制器的定位誤差較小。

### ➤ 弦波軌跡追蹤

從弦波軌跡追蹤實驗，可以了解控制系統的有效操作頻寬，將實驗數據整理後，分別畫出控制系統Bode圖，如圖6.14，可以明顯地看出ISMC控制系統下的平台系統頻寬遠高於PID控制系統，ISMC控制系統約可以達到350Hz頻寬，PID控制系統約可以達到27Hz頻寬，從步階響應實驗部分可以看到ISMC控制系統的上升時間較快，兩部分可相互驗證ISMC控制系統確實有較快速度的定位性能，但ISMC控制系統的定位誤差較大。

### ➤ 負載性能

針對平台系統的負載重物的能力，本研究中以裝置不同重量的夾具模擬平台負載重物的狀態，在負載0%~112%平台重量下進行步階響應實驗，如圖6.16，和所整理出的性能數據，如圖6.17，可以看出無論在PID或ISMC的控制下，系統對於負載的反應並不是很明顯，兩個控制器的變化趨勢也不相同但變化都不大，但可以看出ISMC控制器在負載為112%時，明顯地安定時間增加許多。由實驗結果，我們可以看出控制系統的負載性能足夠負擔相當於平台本身重量的物體，表示控制系統對於重量變化有不錯的強健性。

## 7.2 討論

在本研究中，平台設計與建模和控制器設計為兩主要核心，在本節中，我們將對於在研究中所面臨的問題與選擇做討論，探討是否有其他更好可能性。

### 7.2.1 橡膠軸承定位平台設計與建模之討論

橡膠為黏彈材料，剛性變化為黏彈材料之正常現象，在第五章中，我們嘗試設計SMC控制器，在模擬中，發現若模型不考慮黏彈性質，將剛性視為常數，SMC控制器可以有效達到定位，但若加入黏彈剛性於模型中，SMC控制器無法有效定位，故黏彈剛性是必須被考量的，在平台剛性建模中，我們採取應力鬆弛實驗並以Prony數列整理實驗數據找出相對應黏彈剛性模型係數，Prony數列的項數選擇上，本文中我們選擇一項常數項和兩項衰減項，在衰減項部分，選擇兩項主要有以下兩個考量，第一，從應力鬆弛實驗數據上大致可以看出一個較快的剛性變化和一個較慢的剛性變化，故選擇兩項衰減項。第二，衰減項數越多同時平台模型越複雜階數越高，控制器設計的困難度越高，且控制器階數可能也越高，造成控制器運算上的負擔。雖然我們可以僅使用兩項衰減項描述大致的剛性模型，但項數越高，平台模型越精確的，控制器設計越能夠符合真實物理狀態，但必須在能實現的前提下提高平台模型階數才有實際的效益。

## 7.2.2 控制器設計之討論

在控制器設計上，首先採用PID和SMC控制器，PID控制器可以達到精密定位性能，將SMC控制器設計後，以Simulink模擬，在平台剛性為常數狀況下SMC可以達到定位，但當平台剛性為非線性時變時，SMC無法對抗剛性變化達到精密定位性能，故引入ISMC，ISMC為SMC控制器的延伸，在設計ISMC控制器時，我們以系統為一般二階模型設計控制器，將平台剛性變化視為參數不確定性，在ISMC的切換項中加入剛性變化項，以此方法增加控制器對剛性變化的強健性，但是在SMC控制器的設計裡其實是可以使用高階模型來設計高階數SMC控制器，對於本文中所建模的五階平台系統模型，是可以直接使用來設計控制器，但高階控制器是否有更好的性能，有待往後研究發展驗證。

## 7.2.3 與文獻之橡膠軸承定位平台比較

在文獻回顧中提到 Cuff[5]所設計的橡膠軸承精密定位平台，Cuff雖然在平台模型部分加入黏彈力學剛性模型，但仍使用線性系統掃頻方式進行建模實驗，無法有效針對黏彈力學剛性特性進行建模，而我們所採取的方式為以應力鬆弛實驗來觀察剛性變化的黏彈特性，並且以實驗數據找出相對應的黏彈力學剛性模型。在我們所使用的模型中相較於 Cuff模型多增加一個一般阻尼並聯黏彈力學剛性彈簧於模型中，如圖 7.1，經由實驗結果我們可以知道，等效阻尼比為 1.5，若以 Cuff 模型來說，並無



獨立的阻尼模型，而是將阻尼特性併入黏彈模型中，故我們所提出的系統模型較符合真實系統的狀態。在控制器方面，我們嘗試以非線性控制器 ISMC 控制系統，在有效地掌握平台剛性特性下，我們以對於平台的剛性變化作為系統參數不確定性，設計控制器，並藉由控制器的強健性對抗剛性變化來達到定位目標，這樣的控制器設計必須依靠對於平台黏彈剛性的了解。

相較於 Cuff 的平台性能，我們的平台系統行程達  $139\mu\text{m}$  高於 Cuff 的  $100\mu\text{m}$ ，Cuff 平台自然頻率約  $973\text{Hz}$ ，經由控制系統控制下頻寬達到  $580\text{Hz}$ ，約自然頻率的  $60\%$ ，本文的平台自然頻率為  $256\text{Hz}$ ，經由 ISMC 控制下頻寬為  $350\text{Hz}$ ，約自然頻率的  $136\%$ ，且我們的致動器系統頻寬為  $220\text{Hz}$ ，由此可看出在 ISMC 的控制下，能夠有效提升系統的響應速度，從另一方面來看，將黏彈剛性列入模型中考量，再以此模型設計控制器，確實能有效提升系統性能。

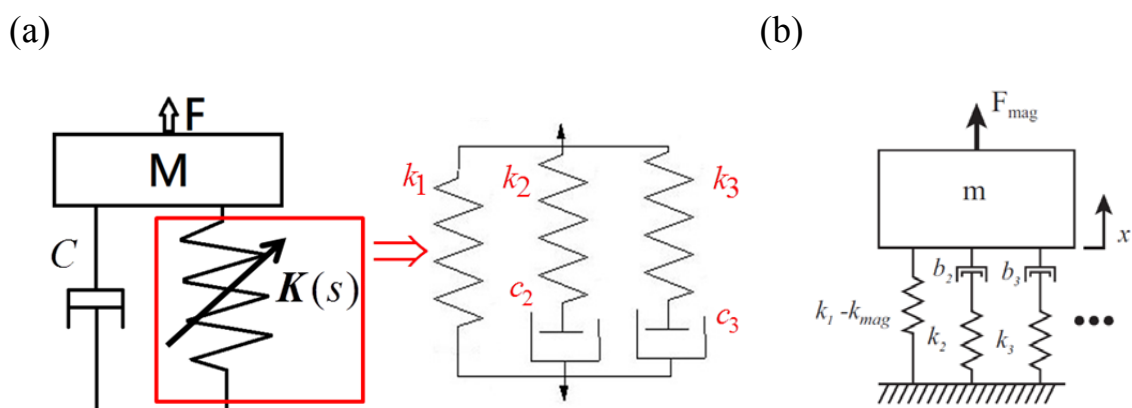


圖 7.1 橡膠軸承平台模型(a)本研究模型(b)Cuff 模型

#### 7.2.4 與撓性機構定位平台比較

從本論文研究成果可以證明以橡膠軸承所出設計的定位平台能夠達到與撓性機構相近的性能，如表 7.1，在藉由設計橡膠軸承形狀下能夠設計出體積小但非等向剛性比高的平台，因此橡膠軸承可以使定位平台體積縮小許多，以此改善撓性機構的體積龐大之缺點，且相較於撓性機構的形狀複雜和彈性調整範圍小，橡膠軸承的形狀易改變易做機械設計上彈性調整範圍。相較撓性機構平台的阻尼比為 0.0173，橡膠軸承平台的阻尼比高達 1.5，若我們假設有兩個標準二階系統，阻尼比分別為 0.02 和 1.5，比較兩個 Bode 圖，如圖 7.2，可以看出阻尼比越高在自然頻率處越區進平坦而非凸起，使系統可以使用範圍較大，無須避開自然頻率，故比較兩平台系統可以看出撓性平台頻寬僅 29Hz 約自然頻率 394Hz 的 7.4%，但橡膠軸承平台頻寬為 350Hz 約自然頻率 256Hz 的 156%。從此結果可以推測阻尼比能有效增加平台的頻寬設計空間。

表 7.1 平台性能比較

	橡膠軸承平台 (PID)	橡膠軸承平台 (ISMC)	撓性平台 [王維志, 2010]
自然頻率(Hz)	256	256	394
頻寬(Hz)	27	350	29
阻尼比 $\zeta$	1.5	1.5	0.0173
行程( $\mu\text{m}$ )	139	139	101
穩態誤差(nm)	13	203	50
體積( $\text{mm}^3$ )	30×33×33	30×33×33	130×40×15

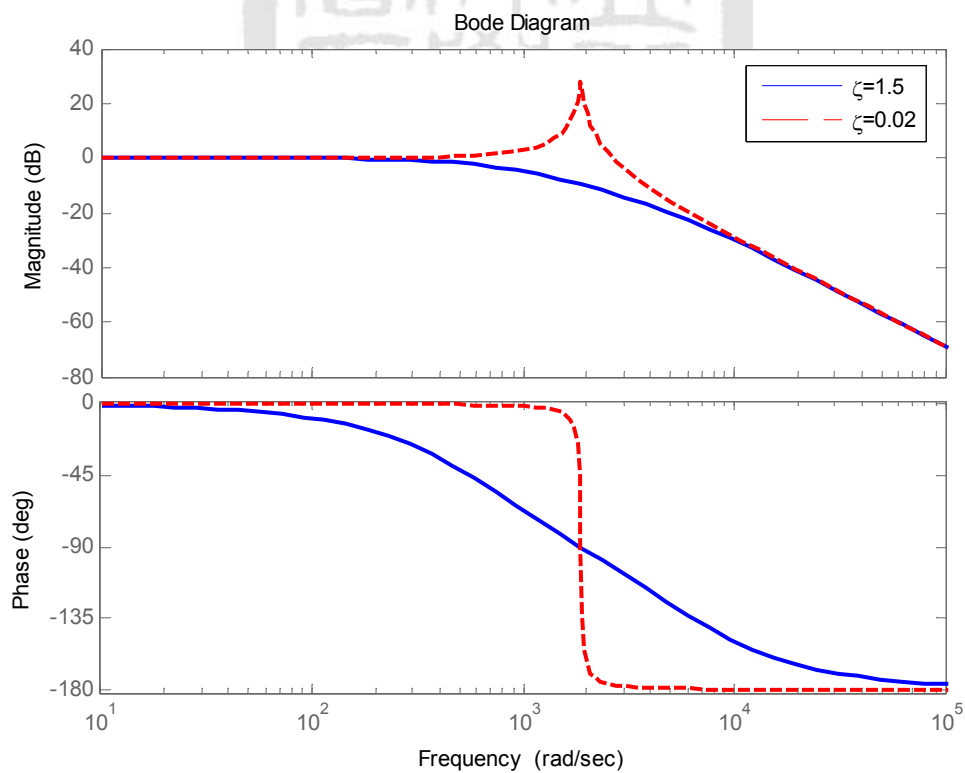


圖 7.2 阻尼比示意 Bode 圖

## 7.3 未來展望與未來工作

本文成功設計一維橡膠軸承精密定位平台，並針對橡膠軸承進行動態測試和建立含有黏彈剛性之模型，以此模型設計控制器並進行平台控制實驗，成功使平台系統有高速高精度定位性能，但仍有需要改善的地方，在未來的工作上可針對達成的難易度進行規劃，以下分為三個目標，近程目標、中程目標和遠程目標作詳細的描述：

### 7.3.1 近程目標

- 改善硬體

致動器系統中我們所使用的功率放大器，明顯無法有效發揮音圈馬達的性能，如果能夠使用功率更高或頻寬更高的功率放大器能夠提升致動器速度增加控制系統頻寬，功率更高能提升致動器的出力使平台行程提高，或搭配剛性較高的平台設計使自然頻率提升以提高系統頻寬。

- 探討橡膠軸承預壓的影響

在第二章的文獻中，提到橡膠軸承預壓會造成橡膠軸承的剪力剛性所改變，進一步了解我們所設計的橡膠軸承預壓和剪力剛性之間關係，能夠更有效設計橡膠軸承與建模。同時由橡膠軸承的剛性為非線性，當應變越高，剛性越高，在預壓下橡膠軸承的壓縮剛性會上升，提供固定拘束軸更高剛性確保設計規格的單軸目標。

### 7.3.2 中程目標

- **探討阻尼係數**

本文中，藉由開迴路步階響應和 Simulink 模擬所獲得的平台阻尼比為 1.5，對於金屬為主的一般機械來說是很高的阻尼比，如何在平台設計上考量阻尼比，阻尼比過高或過低都會使操作頻寬下降，探討如何設計組尼比可以提升平台性能。

- **高階非線性控制器設計**

在本論文中，我們簡化平台系統為二階模型來設計 SMC 和 ISMC 控制器，視剛性變化為參數不確定性，在 SMC 控制理論中，可以以高階系統模型設計高階控制器，以我們對系統模型的了解程度，可以將平台和致動器系統合併看成五階模型，以此五階模型去設計控制器，在硬體能夠負擔高階控制器的狀況下，系統可能可以達到更佳的性能。

- **多軸橡膠軸承定位平台**

以現有對橡膠軸承的了解在本論文中及平台設計之經驗，以目前架構為基礎，設計雙軸多軸之橡膠軸承定位平台，更佳符合實際工程應用之廣泛度。

## ● 結合撓性機構和橡膠軸承設計新型定位平台

撓性結構具有高行程之優點，橡膠軸承具有高阻尼之優點，若能同時使用兩種結構於平台設計中，能夠同時發揮各自的優點，建立出更加性能的定位平台。

### 7.3.3 遠程目標

未來希望將此平台實際應用在精密機械機台上，實際測試其抑制振動與定位能力是否良好，如自動化光學檢測機台，或在精密加工部份，因為工具機加工時所引發的振動、機台裝配誤差、工作軸定位誤差以及加工應力的變形，切削夾具例如鑽頭等的裝配，由於其重量不一亦使得加工速度與精度受到影響，可利用主動式振動控制平台來加以改善。

## 7.4 本章結論

本章總結全文所作的橡膠軸承定位平台的設計、分析與控制，以及實驗驗證，針對研究過程和結果進行討論，將研究結果與文獻比較並進行討論，最後對於本研究不足的地方提出未來可改善的作法，希望藉由改善後能提升橡膠軸承定位平台性能，使其於精密機械應用層面上的越亦廣泛與成熟



## 第八章 結論與未來展望

### 8.1 本文結論

精密定位在精密機械領域中扮演重要角色，精密定位平台在自動化機台中能夠提供抑振和精密定位提升機台性能，過去許多研究以撓性機構設計精密定位平台搭配閉迴路控制系統達到精密定位性能，撓性平台剛性來自於撓性平板和絞鍊結構的尺寸設計導致平台體積龐大，為改善撓性機構的此問題，MIT 的 Trumper 教授團隊引入橡膠軸承於精密機械設計，橡膠軸承的非等向剛性設計來自於形狀，能大幅降低體積，且阻尼比較高提供較寬的頻率操作空間。Cuff[5]以橡膠軸承取代撓性機構設計精密定位平台，能夠有效降低平台體積且同時兼具高速高定位精度之性能，雖然 Cuff 將黏彈模型加入平台模型中，但仍使用線性系統方法建模無法有效建立含有橡膠黏彈特性之模型，模型無法表現出黏彈剛性特性，鑒於此問題，本論文設計一音圈馬達驅動橡膠軸承定位平台，以此為基礎建立一套能夠針對橡膠軸承黏彈特性的建模方法，黏彈材料會有應力鬆弛現象，以實驗觀察此現象並以黏彈模型描述此現象進行建模，並以開迴路步階響應實驗搭配模擬結果獲得橡膠軸承阻尼係數，以此更符合真實狀況的平台模型設計控制系統。我們選擇 PID 和滑動模態控制器 (SMC) 來控制此非線性時變系統，以平台為二階系統模型設計 PID 控制器，以控制器之強健性壓制平台剛性變化達到精密定位性能，SMC 控制



器的設計同樣以平台為二階系統模型，將剛性變化視為參數不確定性，設計控制器參數，以控制器之強健性壓制平台剛性變化達到精密定位性能，由模擬結果發現 SMC 之強健性無法有效壓制平台剛性變化。因此引入積分式滑動模態控制器(ISMC)，增加積分項於順滑面函數中，增加控制器之強健性壓制平台剛性變化達到精密定位性能。為驗證控制系統性能，以步階響應、弦波軌跡追蹤和負載實驗了解系統性能，在 PID 和 ISMC 控制下分別能達到頻寬 27Hz 和 350Hz，定位精度 13 nm 和 203 nm，PID 控制系統定位精度高但速度較慢，ISMC 控制系統定位精度較低但速度快上許多，在負載實驗乘載比平台重的夾具，從結果可觀察出系統對於重量改變並無明顯響應變化，故本平台系統對於重量有很高的強健性，可推測控制系統的強健系高，另外由於平台本身阻尼比高達 1.5，能夠抑制重量變化所帶來的影響。從實驗結果觀察，本研究設計並實現一橡膠軸承精密定位平台，以此為基礎建立一套以黏彈特性建立橡膠軸承平台模型之方法，並以此模型建立相對應控制器，驗證橡膠軸承平台可以以較小體積達到與撓性平台相當之精密定位性能。

## 8.2 本文貢獻

本文主要為設計一橡膠軸承精密定位平台，建立其系統動態模型，並設計控制系統達到精密定位性能，實現於實驗系統中，並以控制實驗加以驗證，主要貢獻可分為兩個部分，如下所述：

- 就學術層面上而言，本文成功的設計製作並發展以橡膠軸承為基礎的精密定位平台，以橡膠軸承剛性特性設計橡膠軸承平台規格，以應力鬆弛實驗了解平台剛性變化特性，以此實驗數據建立含有能夠表現出剛性變化的黏彈模型的平台模型，在文獻中提到，Cuff[5]使用線性系統方法進行建模，本文改善其建模問題，建立一套能夠針對橡膠軸承特性的建模方法。另一方面，對於橡膠軸承平台此非線性時變系統，將其剛性變化是為參數不確性，成功設計出 ISMC，並實現控制系統中，由實驗驗證控制系統性能，確立一套能控制橡膠軸承系統的控制系統的設計方法。
- 就工程應用層面上而言，橡膠軸承平台較撓性平台體積縮小許多，能夠使用於空限制嚴苛或小型化之自動化機台中提供抑振或精密定位之工程。且能提供高速度高定位精度的性能加快機台檢測測速度或增強抑振效果。

### 8.3 未來工作

本研究的未來與展望，將分成近程、中程及遠程目標三部分如下：

**近程目標：更換致動器系統之硬體，考量預壓對平台剛性之影響**

- 更換頻寬更高、功率更大的功率放大器，預計能提升控制系統頻寬和提高音圈馬達出力增加平台行程。
- 預壓會影響橡膠軸承的剪力剛性和壓縮剛性，將此加入平台設計考量，能夠更準確設計平台剛性。

**中程目標：多軸橡膠軸承定位平台之設計、結合撓性機構和橡膠軸承設計新型定位平台之設計、設計高階非線性控制器、阻尼係數設計**

- 以本論文架構為基礎，設計雙軸多軸之橡膠軸承定位平台。
- 結合撓性結構和橡膠軸承的優點建立出更佳性能的定位平台。
- 以非簡化之五階系統模型設計高階非線性控制器，或許能夠有更好的平台性能。
- 考量阻尼係數設計橡膠軸承規格

**遠程目標：實際應用於精密機械中**

平台實際應用在精密機械機台上，實際測試其抑制振動與定位能力是否良好，如自動化光學檢測機台，或在精密加工部份。

## 參考文獻

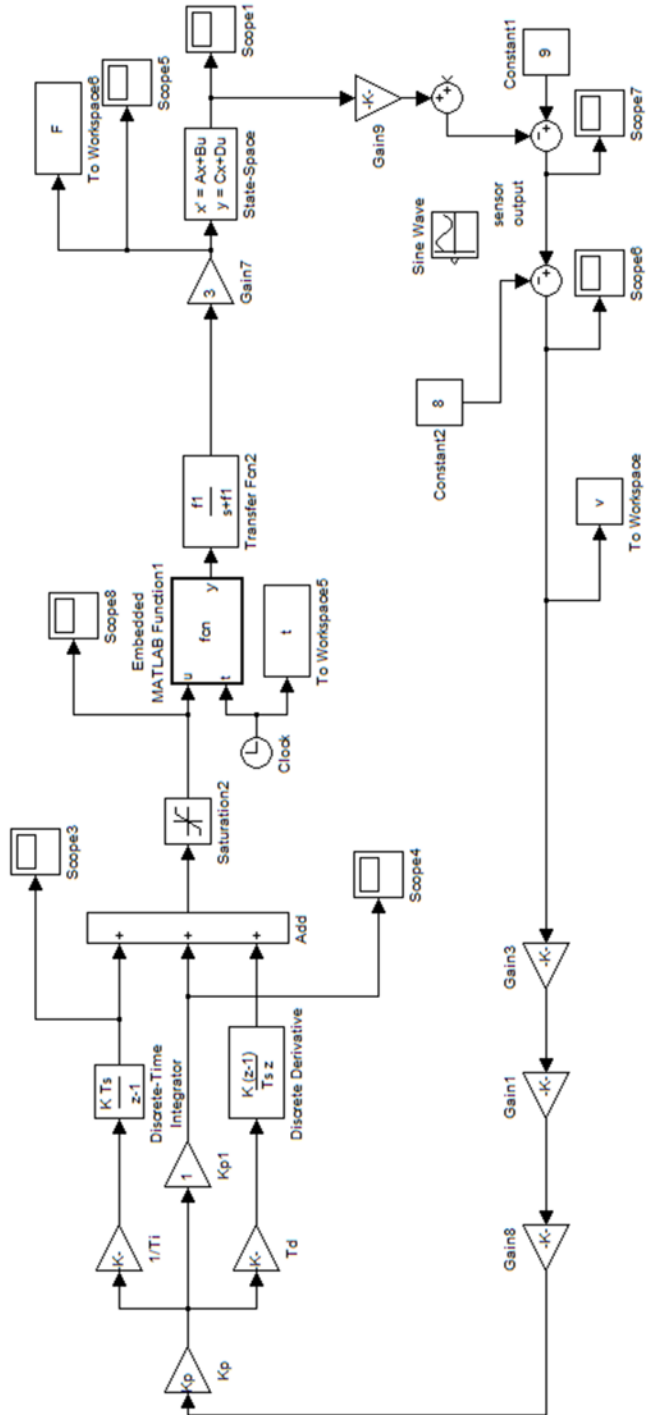
- [1] Automatic Optimal Inspection Machine, TRT Innovation.  
<http://www.tri.com.tw/cht/index.aspx>
- [2] QC Inspection Services, Inc.  
[http://www.qcinspect.com/coursedesc\\_CMMprogramming.htm](http://www.qcinspect.com/coursedesc_CMMprogramming.htm)
- [3] K.-S. Chen, D.L. Trumper, S.T. Smith, “Design and control for an electromagnetically driven X–Y– $\theta$  stage,” *Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology* 26 (2002) 355–369.
- [4] 李哲維, 堆疊式壓電雙軸精密定位平台之設計、分析與控制, 國立成功大學機械工程學系碩士論文, 2012.
- [5] D. P. Cuff, “*Electromagnetic Nanopositioner*”, Master’s thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, USA, 2006.
- [6] 王維志, 具放大機構之單軸壓電驅動撓性精密定位平台之分析、設計、控制, 國立成功大學機械工程學系碩士論文, 2010.
- [7] W. -C. Wang, J. -W. Lee, K. -S. Chen, and Y.-H. Liu, “Design and vibration control of a notch-based compliant stage for display panel inspection applications,” *Journal of Sound and Vibration* 333 (2014) 2701–2718
- [8] 林佩君, 雙軸式材料測試系統之設計與實現及其在橡膠軸承之應用, 國立成功大學機械工程學系碩士論文, 2013
- [9] 洪榮燦, 橡膠軸承之應力與失效分析, 科技部大專學生研究計畫報告, 2014.
- [10] 呂毓笙, 加速度回授於撓性結構之振動控制, 國立成功大學機械工程學系碩士論文, 2013
- [11] D.J. Kluk, “*An Advanced Fast Steering Mirror for Optical Communication*,” Master thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, USA, 2007
- [12] L. L. Howell. *Compliant Mechanisms*. Wiley Publication, 2001
- [13] K.B. Choi, J.J. Lee, S. Hata, “A piezo-driven compliant stage with double mechanical amplification mechanisms arranged in parallel,” *Sensors and Actuators A* 161 (2010) 173–181
- [14] 江浩寧, 壓電致動刀具載台之設計分析及其在類銑削加工上之應用, 國立成功大學機械工程學系碩士論文, 2004。
- [15] Y.J. Choi, S.V. Sreenivasan, B.J. Choi, “Kinematic design of large displacement

- precision XY positioning stage by using cross strip flexure joints and over-constrained mechanism,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 43, pp. 724-737, 2008
- [16] Gaoliang Dai, Frank Pohlenz, H.U. Danzebrink, Min Xu, Klaus Hasche, and Guenter Wilkening, “Metrological large range scanning probe microscope,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 75, No. 4, pp. 962-970, April 2004
- [17] J.W. Ryu, D.G. Gweon, and K.S.Moon, “Optimal design of a flexure hinge based XY $\theta$  wafer stage,” *Precision Engineering*, vol. 21, no. 1, pp. 18-28, July 1997.
- [18] 趙銘靖, 應用PID控制於單軸撓性壓電定位平台之振動控制研究, 南台科技大學機械工程學系碩士論文, 2011.
- [19] B. J. Yi, G. B. Chung, H. Y. Na, W. K. Kim, and I. H. Suh, “Design and experiment of a 3-DOF parallel micromechanism utilizing flexure hinges,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 4, August 2003.
- [20] A. Balasubramanian, M. B. G. Jun, R. E. Devor, S. G. Kapoor, “A submicron multiaxis positioning stage for micro and nanoscale manufacturing processes,” *ASME J. of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 130, pp. 1-8, June 2008.
- [21] A. N. Gent. *Engineering with rubber: how to design rubber components*. Hanser Publication, Munich, Germany, 2001
- [22] R. M. Christensen, *Theory of viscoelasticity (an introduction)*, Academic Press, 1982.
- [23] P. B. Lindley, “Compression module for blocks of soft elastic material bonded to rigid end plates,” *Journal of Strain Analysis*, vol. 14, pp. 11-16, 1979..
- [24] P. B. Lindley. *Engineering design with natural rubber*. The Malaysian Rubber’s Research Association, 1970.
- [25] A. N. Gent and P. B. Lindley, “ The compression of bonded rubber blocks,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 173, no. 1, pp. 111-122, June 1959.
- [26] A. N. Gent, “Elastic stability of rubber compression springs,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 6, no. 4, pp. 318-326, Dec. 1964.
- [27] A. R. Payne, “Effect of compression on the shear modulus of rubber,” *Rubber Chemistry and Technoloty*, vol. 63, no. 3, pp. 675-681, July 1963.
- [28] A. E. Barton-Martinelli, “*Rubber bearings for precision positioning systems*,” Master thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, USA, 2005

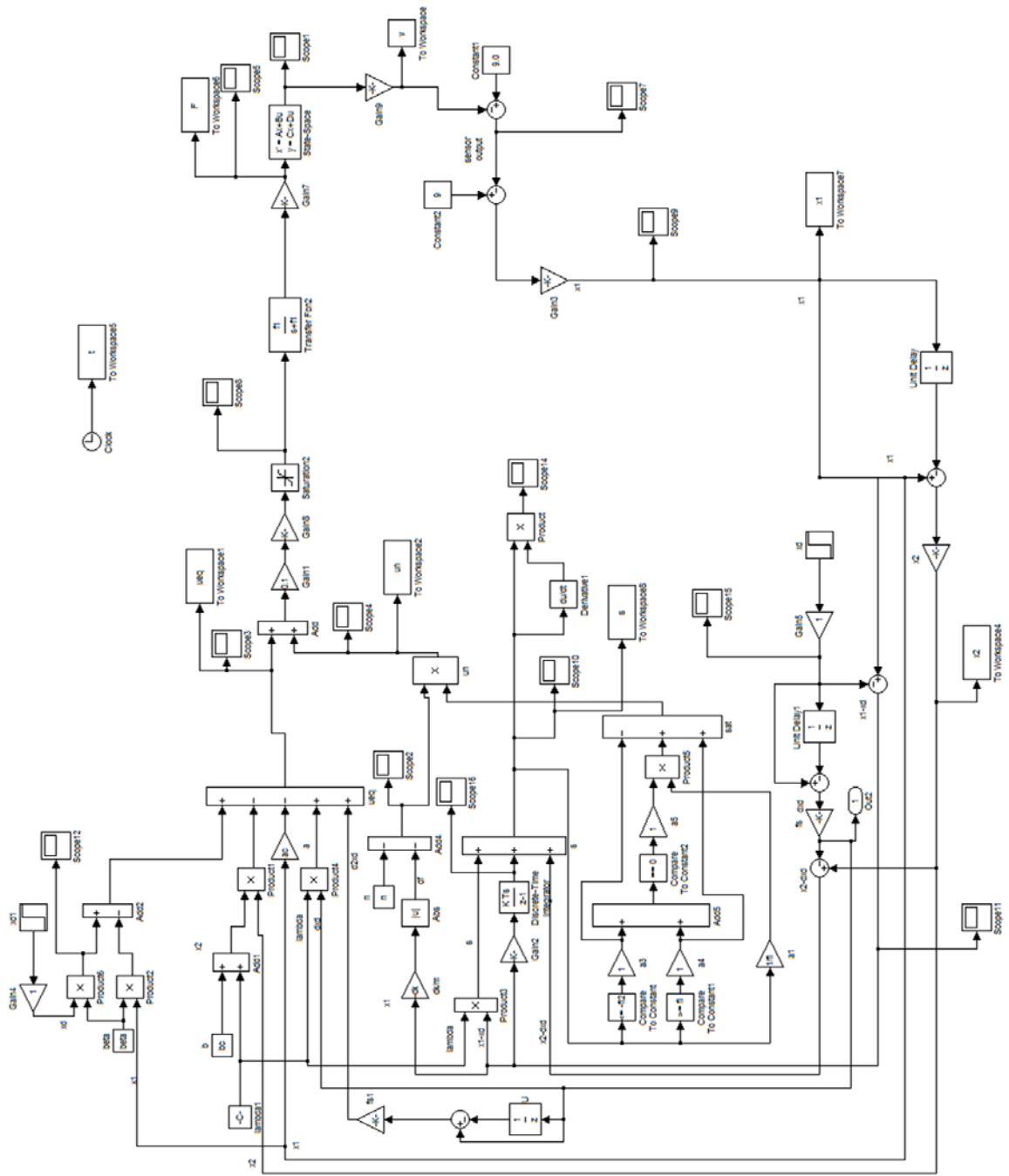
- [29] E. I. Rivin, “Properties and prospective applications of ultra thin layered rubber-metal laminates for limited travel bearings”, *Tribology International*, vol. 16, no. 1, pp. 17-25, Feb. 1983.
- [30] J. Kadlowec, D. Gerrard, and H. Pearlman, “Coupled axial–torsional behavior of cylindrical elastomer bushings,” *Polymer Testing*, vol. 28, no. 5, pp. 139-144, Apr. 2009.
- [31] National Instruments 美商國家儀器公司, NI Labview FPGA , 2009
- [32] 嵌入式控制器, NI CompactRIO  
<http://www.ni.com/compactrio/zht/>
- [33] Q. Xu and Y. Li, “Global sliding mode-based tracking control of a piezo-driven XY micropositioning stage with unmodeled hysteresis,” in *Intelligent Robots and Systems on IEEE/RSJ International Conference*, St. Louis, USA, pp. 755-760, October 11-15, 2009
- [34] Yangmin Li and Qingsong Xu, “Adaptive Sliding Mode Control With Perturbation Estimation and PID Sliding Surface for Motion Tracking of a Piezo-Driven Micromanipulator,” *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, p.798-810, VOL. 18, NO. 4, JULY 2010
- [35] X. Xue and J. Tang, “Robust and high precision control using piezoelectric actuator circuit and integral continuous sliding mode control design,” *Journal of Sound and Vibration* Vol.293 pp. 335–359, 2006
- [36] 張碩, *自動控制系統*, 鼎茂圖書, 台北, 2001.
- [37] C. Edwards, S. Spurgeon. *Sliding Mode Control Theory And Applications*. CRC Press, 1988.
- [38] 陳永平, 張浚林, *可變化結構控制設計*, 全華科技圖書, 台北, 2002.
- [39] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Englewood-Cliff., N.J., 1991
- [40] V. Utkin and J. Shi, “Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions,” *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control Kobe*, Japan December 1996

# 附錄

## A.1 PID 控制系統 Simulink 模擬程式

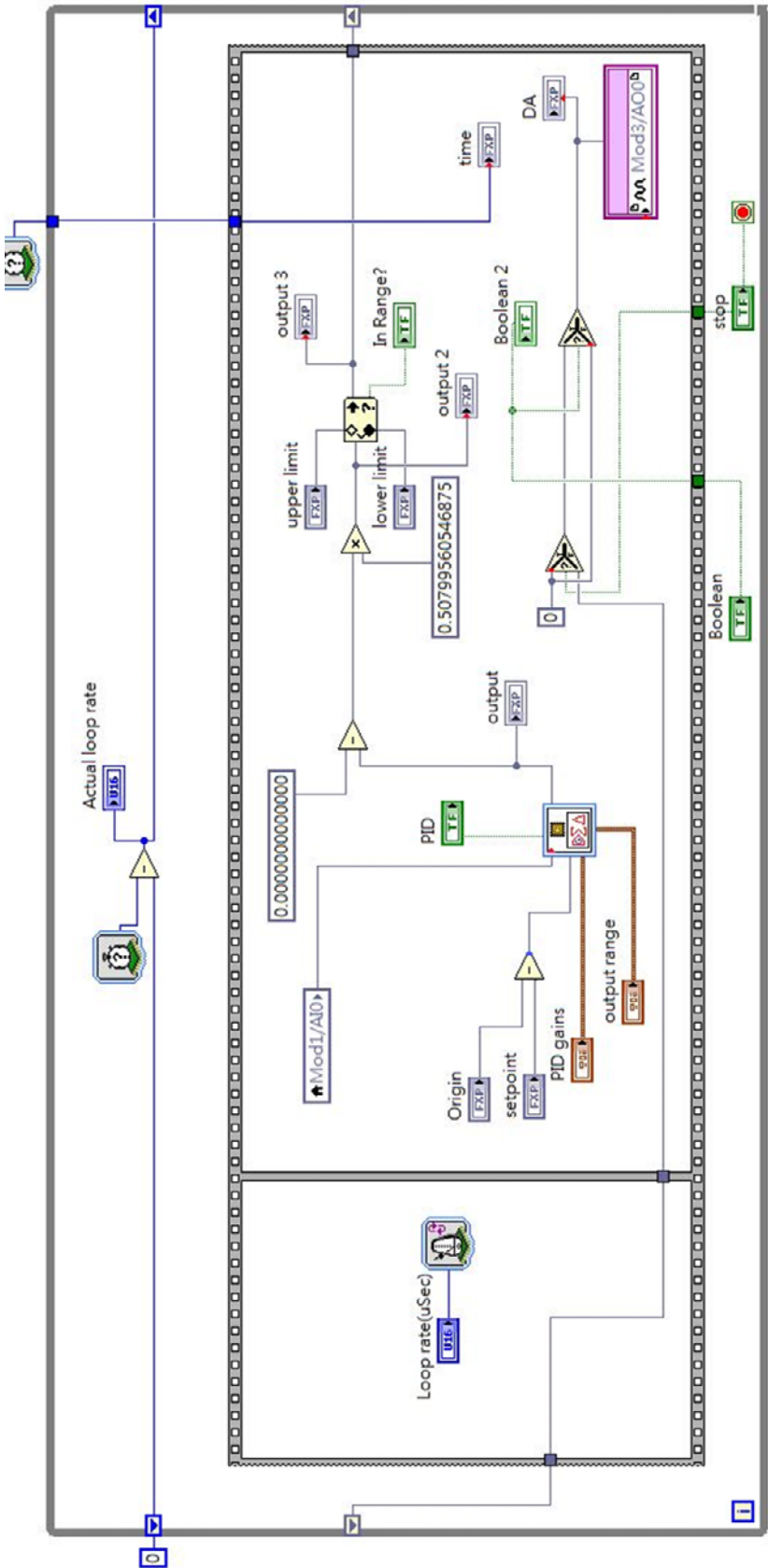


## A.2 ISMC 控制系統 Simulink 模擬程式





B.1 PID 控制系統 FPGA 實驗程式



## B.2 ISMC 控制系統 FPGA 實驗程式

